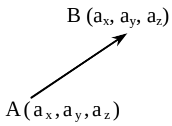
VEKTOR

Vektor adalah besaran yang mempunyai arah. Dilukiskan sebagai panah.

Vektor dengan titik pangkal A(a_x,a_y, a_z) dan titik ujung B(b_x, b_y, b_z) dinotasikan dengan

$\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \\ b_z - a_z \end{bmatrix}$



cara menuliskan vektor, yaitu …

$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = (a_1, a_2, a_3) = a_1\ \hat{i} + a_2\ \hat{j} + a_3 \hat{k}$

Misalkan $\vec{a}$ = (a_1, a_2, a_3)

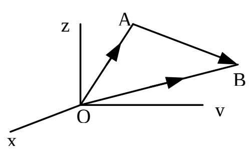
Notasi : $|\vec{a}|$ (baca panjang vektor $\vec{a}$)

Definisi : $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Ciri vektor adalah panjang dan arah vektor tersebut . Sebuah vektor tidak tergantung pangkal dan ujungnya, boleh digeser selama tidak merubah arah dan panjangnya

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ arah\, \vec{a}\ dan\, \vec{b} \end{cases}$$

Vektor dengan titik pangkal O(0, 0, 0) disebut vektor posisi
Perhatikan gambar



$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ adalah vektor posisi titik A

$\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ adalah vektor posisi titik B

Maka $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$

operasi pada vektor Secara analitik (aljabar)

Misalkan $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ $\vec{a}$, k bilangan real

Maka $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

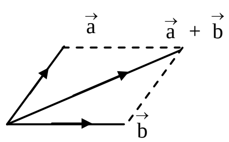
$k\,\vec{a} = (k\,a_1, k\,a_2, k\,a_3)$

Berikut ini adalah sifat-sifat penjumlahan vektor

1. Komutatif : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
2. Assosiatif : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
3. Ada unsur identitas yaitu $\vec{0} = (0, 0, 0)$ sehingga $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
4. Ada vektor $-\vec{a}$ sehingga $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

Operasi pada vektor Secara geometri

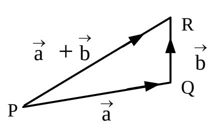
Aturan Jajaran Genjang



Titik pangkal $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ harus sama. Lukiskan jajaran genjang.

$\vec{a} + \vec{b}$ adalah vektor diagonal.

Aturan segitiga



Ujung $\vec{a}$ menjadi pangkal $\vec{b}$

$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$

Vektor $\vec{0}$ dapat dilukiskan sebagai sebuah titik.

Vektor $\vec{0}$ tidak mempunyai arah.

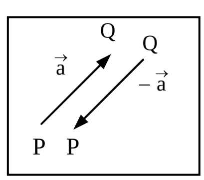
gambaran lebih jauh vektor $-\vec{a}$ adalah

Misalkan

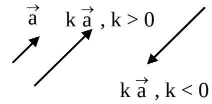
$\vec{a} = \overrightarrow{PQ} = (a_1, a_2, a_3)$

Maka

$-\vec{a} = \overrightarrow{QP} = (-a_1, -a_2, -a_3)$



$$\vec{b} = k\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \vec{b} \ \textit{sejajar (segaris)}\ \textbf{d}\textit{engan}\ \vec{a} \\ |\vec{b}| = |k||\vec{a}|,\ k\ \textit{suatu}\ \text{konstanta} \end{cases}$$

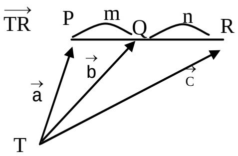


$\vec{a}$ sejajar dengan $\vec{b}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} = k\,\vec{b}$

$\vec{a}$ searah dengan $\vec{b}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} = k\,\vec{b}$, $k > 0$
$\vec{a}$ berlawanan arah dengan $\vec{b}$ $\Rightarrow \vec{a} = k\,\vec{b}$, $k < 0$

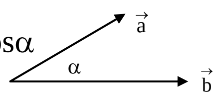
$\vec{a} = \overrightarrow{TP}$, $\vec{b} = \overrightarrow{TQ}$, $\vec{c} = \overrightarrow{TR}$

PQ : QR = m : n



Maka
$\vec{b} = \frac{n}{m+n}\vec{a} + \frac{m}{m+n}\vec{c}$

Perkalian titik
$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\alpha$



Misalkan $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$
Maka berlaku …

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

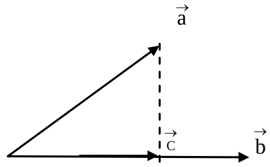
Sifat-sifat

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
2. $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
3. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
4. $\vec{a}$ tegak lurus $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Proyeksi suatu vektor pada vektor yang lain

Vektor $\vec{c}$ adalah proyeksi vektor $\vec{a}$ pada vektor $\vec{b}$. Rumusan $\vec{c}$ dan $|\vec{c}|$ sebagai berikut …

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|b|}$$



$$\vec{c} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|b|^2}\vec{b}$$