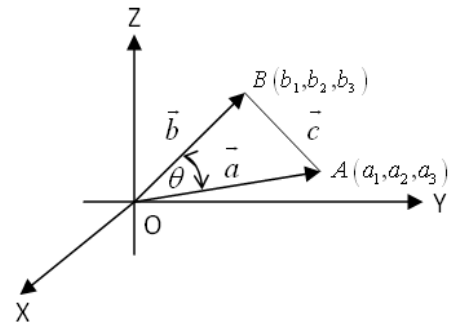


Rumus Perkalian Skalar Dua Vektor

Hasil kali skalar vektor \vec{a} dan \vec{b} (ditulis $\vec{a} \cdot \vec{b}$) adalah suatu skalar yang besarnya sama dengan jumlah dari hasil kali komponen \vec{a} dan \vec{b} yang bersesuaian. Vektor \vec{a} diwakili oleh \overline{OA} dan vektor \vec{b} diwakili oleh \overline{OB} . Vektor-vektor \vec{a} dan \vec{b} dinyatakan dengan

komponen-komponen $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$.



Hasil kali skalar vektor \vec{a} dan \vec{b} adalah:

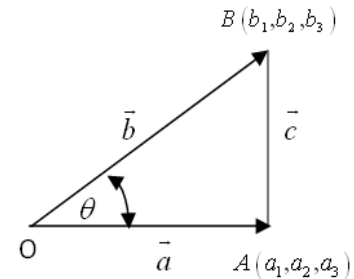
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Jika q adalah sudut antara vektor \vec{a} dan \vec{b} maka:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos q, \quad 0 \leq q \leq \pi$$

Cek:

untuk \overline{AB} mewakili $\vec{c} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$ dan $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$,



menurut aturan kosinus, dalam $\triangle ABC$ berlaku:

$$\begin{aligned} |\overline{AB}|^2 &= |\overline{OA}|^2 + |\overline{OB}|^2 - 2|\overline{OA}||\overline{OB}| \cos q \\ \Rightarrow (b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2 &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| \cos q \\ \Rightarrow a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - 2(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3) &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}| \cos q \\ \Rightarrow -2(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3) &= -2|\vec{a}||\vec{b}| \cos q \\ \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos q \end{aligned}$$

dengan demikian sudut antara dua vektor adalah:

$$\cos q = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \quad \text{atau} \quad \cos q = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)}}$$

