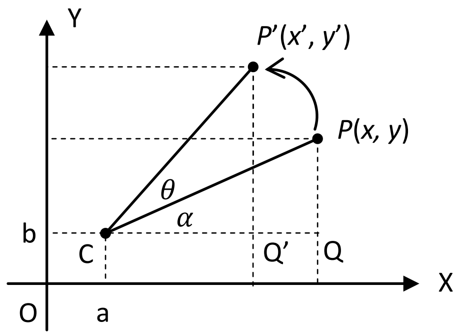
Transformasi – Koordinat Titik Bayangan Rotasi dg Pusat (*a*, *b*)



Titik $P(x, y)$ dirotasikan (diputar) terhadap titik pusat $C(a, b)$ sebesar θ, menghasilkan bayangan titik $P'(x', y')$. Misalkan sudut $PCQ = \alpha$, maka

$* \cos\alpha = \frac{CQ}{CP} \quad \to CQ = CP \cdot \cos\alpha \quad \to \quad x - a = CP \cdot \cos\alpha$ …………… (1)

$\sin\alpha = \frac{PQ}{CP} \quad \to PQ = CP \cdot \sin\alpha \quad \to \quad y - b = CP \cdot \sin\alpha$ …………… (2)

$* \cos(\alpha + \theta) = \dfrac{CQ'}{CP'} \to CQ' = CP' \cdot \cos(\alpha + \theta) \to x' - a = CP' \cdot \cos(\alpha + \theta)$

$x' - a = CP' \cdot \cos\alpha\cos\theta - CP' \cdot \sin\alpha\sin\theta$… (3)

$\sin(\alpha + \theta) = \dfrac{P'Q'}{CP'} \to P'Q' = CP' \cdot \sin(\alpha + \theta) \to y' - b = CP' \cdot \sin(\alpha + \theta)$

$y' - b = CP' \cdot \sin\alpha\cos\theta + CP' \cdot \cos\alpha\sin\theta$… (4)

Mengingat $CP' = CP$, dan dengan mensubtitusikan (1) dan (2) ke persamaan (4) dan (5), maka koordinat titik bayangan titik *P* adalah *P*'(*x*', *y*'), dengan

$x' - a = (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta \quad \to \quad x' = (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a$

$y' - b = (y - b)\cos\theta + (x - a)\sin\theta \quad \to \quad y' = (y - b)\cos\theta + (x - a)\sin\theta + b$

Atau dalam persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$