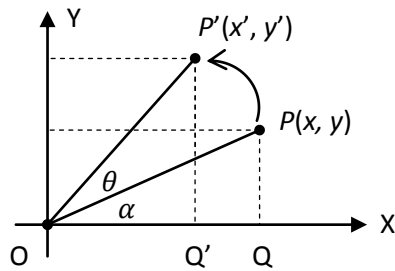


Transformasi – Matrik Yang Bersesuaian dengan Rotasi



Titik $P(x, y)$ dirotasikan (diputar) terhadap titik O sebesar θ , menghasilkan bayangan titik $P'(x', y')$. Misalkan sudut $POX = \alpha$, maka

$$* \cos \alpha = \frac{OQ}{OP} \rightarrow OQ = OP \cdot \cos \alpha \rightarrow x = OP \cdot \cos \alpha \dots\dots\dots (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{PQ}{OP} \rightarrow PQ = OP \cdot \sin \alpha \rightarrow y = OP \cdot \sin \alpha \dots\dots\dots (2)$$

$$* \cos(\alpha + \theta) = \frac{OQ'}{OP'} \rightarrow OQ' = OP' \cdot \cos(\alpha + \theta) \rightarrow x' = OP' \cdot \cos(\alpha + \theta)$$

$$x' = OP' \cdot \cos \alpha \cos \theta - OP' \cdot \sin \alpha \sin \theta \dots\dots (3)$$

$$\sin(\alpha + \theta) = \frac{P'Q'}{OP'} \rightarrow P'Q' = OP' \cdot \sin(\alpha + \theta) \rightarrow y' = OP' \cdot \sin(\alpha + \theta)$$

$$y' = OP' \cdot \sin \alpha \cos \theta + OP' \cdot \cos \alpha \sin \theta \dots\dots (4)$$

Mengingat $OP' = OP$, dan dengan mensubstitusikan (1) dan (2) ke persamaan (4) dan (5), maka koordinat titik bayangan titik P adalah $P'(x', y')$, dengan

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = y \cos \theta + x \sin \theta$$

Atau dalam persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Jadi, matriks $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ adalah matrik yang bersesuaian dengan transformasi rotasi terhadap titik O sebesar θ .

Contoh:

Matriks transformasi yang bersesuaian dengan rotasi terhadap titik O sebesar 90° adalah

$$\begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$