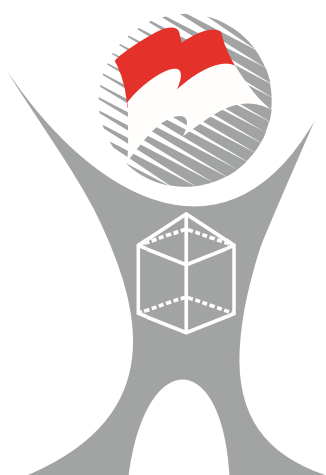




**SOAL SELEKSI**  
**OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2013**  
**CALON TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2014**



**Bidang Matematika**

Waktu : 120 menit

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN**  
**DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH**  
**DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS**  
**TAHUN 2013**

Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA  
Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten  
Tahun 2013

Waktu: 120 menit

*Petunjuk: Untuk masing-masing soal, tulis jawab akhirnya saja (tanpa penjabaran) di lembar jawab yang disediakan.*

1. Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan asli dengan  $a > b$ . Jika  $\sqrt{94 + 2\sqrt{2013}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ , maka nilai  $a - b$  adalah ...
2. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan luas 10. Titik  $D$ ,  $E$ , dan  $F$  berturut-turut terletak pada sisi-sisi  $AB$ ,  $BC$ , dan  $CA$  dengan  $AD = 2$ ,  $DB = 3$ . Jika segitiga  $ABE$  dan segiempat  $DBEF$  mempunyai luas yang sama, maka luasnya sama dengan ...
3. Misalkan  $p$  dan  $q$  bilangan prima. Jika diketahui persamaan  $x^{2014} - px^{2013} + q = 0$  mempunyai akar-akar bilangan bulat, maka nilai  $p + q$  adalah ...
4. Jika fungsi  $f$  didefinisikan oleh  $f(x) = \frac{kx}{2x+3}$ ,  $x \neq -\frac{3}{2}$ ,  $k$  konstanta, memenuhi  $f(f(x)) = x$  untuk setiap bilangan real  $x$ , kecuali  $x \neq -\frac{3}{2}$ , maka nilai  $k$  adalah ...
5. Koefisien dari  $x^{2013}$  pada ekspansi  
 $(1+x)^{4016} + x(1+x)^{4015} + x^2(1+x)^{4014} + \dots + x^{2013}(1+x)^{2013}$   
adalah ...
6. Jika  $\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = 1$  dan  $y - x = 2$ , maka  $(x+y)^2 = \dots$
7. Suatu dadu ditos 6 kali. Banyak cara memperoleh jumlah mata yang muncul 28 dengan tepat satu dadu muncul mata 6 adalah ...
8. Misalkan  $P$  adalah titik interior dalam daerah segitiga  $ABC$  sehingga besar  $\angle PAB = 10^\circ$ ,  $\angle PBA = 20^\circ$ ,  $\angle PCA = 30^\circ$ , dan  $\angle PAC = 40^\circ$ . Besar  $\angle ABC$  adalah ...
9. Sepuluh kartu ditulis angka satu sampai sepuluh (setiap kartu hanya terdapat satu angka dan tidak ada dua kartu yang memiliki angka yang sama). Kartu-kartu tersebut dimasukkan ke dalam kotak dan diambil satu secara acak. Kemudian sebuah dadu dilempar. Probabilitas dari hasil kali angka pada kartu dan angka pada dadu menghasilkan bilangan kuadrat adalah ...
10. Enam orang siswa akan duduk pada tiga meja bundar, dimana setiap meja akan diduduki oleh minimal satu siswa. Banyaknya cara untuk melakukan hal tersebut adalah ...
11. Suatu partikel bergerak pada bidang Cartesius dari titik  $(0, 0)$ . Setiap langkah bergerak satu satuan searah sumbu  $X$  positif dengan probabilitas 0,6 atau searah sumbu  $Y$  positif dengan probabilitas 0,4. Setelah sepuluh langkah, probabilitas partikel tersebut sampai pada titik  $(6,4)$  dengan melalui  $(3,4)$  adalah ...

12. Diberikan segitiga  $ABC$ , dengan panjang sisi  $AB = 30$ . Melalui  $AB$  sebagai diameter, dibuat sebuah lingkaran, yang memotong sisi  $AC$  dan sisi  $BC$  berturut-turut di  $D$  dan  $E$ . Jika  $AD = \frac{1}{3}AC$  dan  $BE = \frac{1}{4}BC$ , maka luas segitiga  $ABC$  sama dengan ...

13. Banyaknya nilai  $\alpha$  dengan  $0 < \alpha < 90^\circ$  yang memenuhi persamaan

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = \frac{1}{8}$$

adalah ...

14. Diberikan segitiga lancip  $ABC$  dengan  $O$  sebagai pusat lingkaran luarnya. Misalkan  $M$  dan  $N$  berturut-turut pertengahan  $OA$  dan  $BC$ . Jika  $\angle ABC = 4\angle OMN$  dan  $\angle ACB = 6\angle OMN$ , maka besarnya  $\angle OMN = \dots$

15. Tentukan semua bilangan tiga digit yang memenuhi syarat bahwa bilangan tersebut sama dengan penjumlahan dari faktorial setiap digitnya.

16. Diberikan himpunan

$$S = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 - 2x + 7}{2x - 1} \in \mathbb{Z} \right\}$$

Banyaknya himpunan bagian dari  $S$  adalah ...

17. Untuk  $x > 0, y > 0$ , didefinisikan  $f(x, y)$  adalah nilai terkecil diantara  $x, \frac{y}{2} + \frac{2}{x}$ , dan  $\frac{1}{y}$ . Nilai terbesar yang mungkin dicapai oleh  $f(x, y)$  adalah ...

18. Nilai  $k$  terkecil, sehingga jika sembarang  $k$  bilangan dipilih dari  $\{1, 2, \dots, 30\}$ , selalu dapat ditemukan 2 bilangan yang hasil kalinya merupakan bilangan kuadrat sempurna adalah ...

19. Diketahui  $x^1, x^2$  adalah dua bilangan bulat berbeda yang merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat  $x^2 + px + q + 1 = 0$ . Jika  $p$  dan  $p^2 + q^2$  adalah bilangan-bilangan prima, maka nilai terbesar yang mungkin dari  $x_1^{2013} + x_2^{2013}$  adalah ...

20. Misalkan  $\lfloor x \rfloor$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan  $x$  dan  $\lceil x \rceil$  menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan  $x$ . Tentukan semua  $x$  yang memenuhi  $\lfloor x \rfloor + \lceil x \rceil = 5$ .