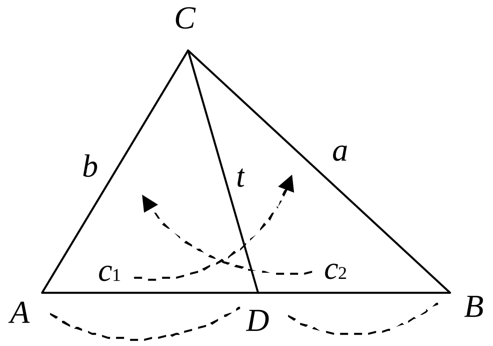
Segitiga – Dalil Stewart 2



Persamaan untuk menghitung panjang segmen garis sembarang yang ditarik dari titik sudut sampai memotong sisi di hadapannya dikenal dengan Dalil Stewart.

Jika D adalah sebuah titik pada sisi AB dari segitiga ABC, sehingg $AD = c_1$ dan $BD = c_2$ maka panjang garis CD dapat dihitung dengan dalil stewart, yaitu:

$$\boxed{CD^2 \cdot c = c_1 \cdot a^2 + c_2 \cdot b^2 - c_1 \cdot c_2 \cdot c}$$

Cek:

Dari dalil kosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ diperoleh $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

* Perhatikan ΔACD, $\cos A = \dfrac{c_1^2 + b^2 - t^2}{2c_1 b}$ .... (1)

Perhatikan ΔABC, $\cos A = \dfrac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$ .... (2),

dari (1) dan (2)

$$\frac{c_1^2 + b^2 - t^2}{2c_1 b} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \frac{c_1^2 + b^2 - t^2}{c_1} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{c}$$

$$\Rightarrow c_1^2 c + b^2 c - t^2 c = c_1 c^2 + c_1 b^2 - c_1 a^2$$

$$\Rightarrow t^2 c = c_1 a^2 + c_1^2 c + cb^2 - c_1 c^2 - c_1 b^2 \quad .... (3)$$

* Perhatikan ΔBCD, $\cos B = \dfrac{c_2^2 + a^2 - t^2}{2c_2 a}$ .... (4)

Perhatikan ΔABC, $\cos B = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$ .... (5),

dari (4) dan (5)

$$\frac{c_2^2 + a^2 - t^2}{2c_2 a} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \Rightarrow \frac{c_2^2 + a^2 - t^2}{c_2} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c}$$

$$\Rightarrow c_2^2 c + a^2 c - t^2 c = c_2 c^2 + c_2 a^2 - c_2 b^2$$

$$\Rightarrow t^2 c = c_2 b^2 + c_2^2 c + ca^2 - c_2 c^2 - c_2 a^2 \quad .... (6)$$

Tambahkan (3) dan (6)

$$\begin{array}{l} t^2 c = c_1 a^2 + c_1^2 c + cb^2 - c_1 c^2 - c_1 b^2 \\ \underline{t^2 c = c_2 b^2 + c_2^2 c + ca^2 - c_2 c^2 - c_2 a^2} \; + \\ 2t^2 c = c_1 a^2 + c_2 b^2 + c_1^2 c + c_2^2 c + ca^2 + cb^2 - c_1 c^2 - c_2 c^2 - c_2 a^2 - c_1 b^2 \end{array}$$

$$= c_1 a^2 + c_2 b^2 + \left(ca^2 - c_2 a^2\right) + \left(cb^2 - c_1 b^2\right) - \left[c_1 c^2 + c_2 c^2 - c_1^2 c - c_2^2 c\right]$$

$$= c_1 a^2 + c_2 b^2 + (c - c_2) a^2 + (c - c_1) b^2 - \left[(c_1 + c_2) c^2 - c\left(c_1^2 + c_2^2\right)\right]$$

$$= c_1 a^2 + c_2 b^2 + c_1 a^2 + c_2 b^2 - \left[c^3 - c\left((c_1 + c_2)^2 - 2c_1 c_2\right)\right]$$

$$= 2c_1 a^2 + 2c_2 b^2 - \left[c^3 - c\left(c^2 - 2c_1 c_2\right)\right]$$

$$= 2c_1 a^2 + 2c_2 b^2 - \left[c^3 - c^3 + 2c_1 c_2 c\right]$$

$$= 2c_1 a^2 + 2c_2 b^2 - 2c_1 c_2 c$$

$t^2 c = c_1 a^2 + c_2 b^2 - c_1 c_2 c$ atau $CD^2 \cdot c = c_1 a^2 + c_2 b^2 - c_1 c_2 c$