

<http://meetabied.wordpress.com>

SMAN 1 Bone-Bone, Luwu Utara, Sul-Sel

Kebahagiaan akan tumbuh berkembang manakala Anda membantu orang lain. Namun bilamana Anda tidak mencoba membantu sesama, kebahagiaan akan layu dan mengering. Kebahagiaan bagaikan sebuah tanaman, harus disirami tiap hari dengan sikap dan tindakan memberi (J. Donald Walters)

[RUMUS CEPAT MATEMATIKA]

Turunan

=====

Materi ini dapat disebarluaskan secara bebas, untuk tujuan bukan komersial, dengan atau tanpa menyertakan sumber. Hak Cipta selamanya pada Allah Swt. Salam hangat selalu ...
Muhammad Zainal Abidin | admin of <http://meetabied.wordpress.com>

1. UMPTN 1997

Jika x dan y memenuhi hubungan :

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \text{ maka nilai } x + y = \dots$$

- A. -3
- B. -2
- C. -1
- D. 1
- E. 2

Triks

Remember

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \rightarrow$$
$$x + y = \frac{(a-b)q - (c-d)p}{ad - bc}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$x + y = \frac{(2+3)(-5) - (-1-2).8}{2.2 - (-1)(-3)}$$
$$= \frac{-25 + 24}{4 - 3} = -1$$

2. UMPTN 1997

Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ dan A^t adalah transpos dari matriks A, maka baris pertama dari $A^t \cdot A$ adalah....

- A. (10 1 12)
- B. (10 1 -12)
- C. (10 -1 14)
- D. (10 -1 12)
- E. (10 -1 -12)



Triks

Remember

📁 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ trasposenya

$$A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

📁 Baris jadikan kolom, kolom jadikan baris

Jawab : D

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) & 1 \cdot 0 + 3 \cdot 4 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) & 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 0 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) & 0 \cdot 0 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \\ A^T & \cdot & A = \end{matrix} \begin{pmatrix} 10 & -1 & 12 \\ 1 & 3 & -4 \\ 12 & -4 & 16 \end{pmatrix}$$

3. UMPTN 1996

Diketahui :

$$B = \begin{pmatrix} x+y & x \\ -1 & x-y \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{2} \\ -2y & 3 \end{pmatrix} \text{ dan matriks A}$$

merupakan transpos matriks B. Jika $A = C$, maka $x - 2xy + y$ sama dengan....

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6



Triks

Remember

$$\text{📁 } A = C \rightarrow \begin{pmatrix} x+y & -1 \\ -2y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{2} \\ -2y & 3 \end{pmatrix}$$

📁 Pilih elemen seletak :

$$-1 = -\frac{x}{2} \rightarrow x = 2$$

$$x + y = 1 \rightarrow y = -1$$

$$\text{🗑️ Jadi : } x - 2xy + y = 2 - 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 = 5$$

4. UMPTN 1996

Titik potong dari dua garis yang disajikan sebagai persamaan matriks :

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ adalah...}$$

- A. (1 , -2)
- B. (-1 , 2)
- C. (-1 , -2)
- D. (1 , 2)
- E. (2 , 1)

Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$= (1, 2)$$

5. UMPTN 1996

Nilai a yang memenuhi :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ adalah....}$$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2



Triks

Remember

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$a + 2b = 2 \rightarrow a + 2b = 2$$

$$2a + b = 1 \rightarrow \underline{4a + 2b = 2} -$$

$$-3a = 0, \text{ berarti } a = 0$$

6. UMPTN 1998

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix}$ dan u_n adalah suku

ke- n barisan aritmetik. Jika $u_6 = 18$ dan $u_{10} = 30$, maka determinan matriks A sama dengan...

- A. -30
- B. -18
- C. -12
- D. 12
- E. 18



Triks

Remember

$$\text{✉ } U_6 = 18 \rightarrow a + 5b = 18$$

$$U_{10} = 30 \rightarrow \underline{a + 9b = 30} -$$

$$-4b = -12 \rightarrow b = 3$$

$$a + 15 = 18 \rightarrow a = 3$$

$$U_1 = a = 3$$

$$U_3 = a + 2b = 9$$

$$U_2 = a + b = 6 \quad U_4 = a + 3b = 12$$

$$\text{✂ } A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \det(A) = 3 \cdot 12 - 6 \cdot 9 = -18$$

7. UMPTN 1998

Jika $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{pmatrix}$ maka $x + y + z$

adalah....

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3
- E. 4



Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ x-3y & 2x+5y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x - 3y = -13 \rightarrow 2x - 6y = -26$$

$$2x + 5y = -4 \quad \underline{2x + 5y = -4} -$$

$$-11y = -22 \rightarrow y = 2$$

$$x = -7$$

$$\Rightarrow \text{Jadi : } x + y + z = -7 + 2 + 3 = -2$$

8. UMPTN 1998

Jika diketahui $\begin{pmatrix} m & n \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 23 \\ 14 & 13 \end{pmatrix}$ maka nilai

m dan n masing-masing adalah....

- A. 4 dan 6
- B. 5 dan 4
- C. 5 dan 3
- D. 4 dan 5
- E. 3 dan 7



Triks

Remember

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} m & n \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 24 & 23 \\ 14 & 13 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m+4n & 2m+3n \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 24 & 23 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$m + 4n = 24 \rightarrow 2m + 8n = 48$$

$$2m + 3n = 23 \rightarrow \underline{2m + 3n = 23} -$$

$$5n = 25 \rightarrow n = 5$$

$$2m + 3 \cdot 5 = 23 \rightarrow m = 4 \dots (D)$$

9. UMPTN 1998

Jika diketahui :

$$\begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{maka}$$

nilai x adalah....

- A. 0
- B. 10
- C. 13
- D. 14
- E. 25

Triks

Remember

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} &= 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \Delta & x+6 \end{pmatrix} &= 2 \begin{pmatrix} \Delta & 3.3+1.1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} & 10 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

Perhatikan elemen-elemen seletak.

$$\text{Jadi : } x + 6 = 2 \cdot 10 = 20 \rightarrow x = 14$$

10. UMPTN 1999

Diketahui persamaan : $x \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -21 \\ 2z-1 \end{pmatrix}$

maka nilai $x = \dots$

- A. -2
- B. -3
- C. 0
- D. 6
- E. 30



Triks

Remember

☞ $x \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -21 \\ 2z-1 \end{pmatrix}$

☞ $2x - y = -7 \rightarrow 12x - 6y = -42$

$5x - 6y = -21 \rightarrow \underline{5x - 6y = -21} -$

$7x = -21 \rightarrow x = -3$

11. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 5+x & x \\ 5 & 3x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 9 & -x \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ Jika

determinan A dan determinan B sama, maka harga x yang memenuhi adalah....

- A. 3 atau 4
- B. -3 atau 4
- C. 3 atau -4
- D. -4 atau -5
- E. 3 atau -5

Triks

Remember

☞ $\det(A) = \det(B)$
 $3x(5+x) - 5 \cdot x = 36 - 7(-x)$
 $15x + 3x^2 - 5x = 36 + 7x$
 $3x^2 + x - 12 = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow (x+4)(x-3) = 0$
 $x = -4 \text{ atau } x = 3$

12. UMPTN 1998

Jika $M = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ dan $K.M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, maka

matriks K = ...

A. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Triks

Remember

$$\Rightarrow K.M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot M^{-1}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-2+3} \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

13. EBTANAS 1998

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Matriks $(A - kI)$ adalah matriks singular untuk nilai $k = \dots$

- A. -2 atau 5
- B. -5 atau 2
- C. 2 atau 5
- D. 3 atau 4
- E. 1 atau 2

Triks

Remember

$$\Rightarrow A - kI = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{pmatrix}$$

Matriks singular, berarti determinan = 0

$$\det(A - kI) = 0$$

$$(2 - k)(1 - k) - 3 \cdot 4 = 0$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0 \rightarrow (k - 5)(k + 2) = 0$$

$$k = 5 \text{ atau } k = -2$$

14. Prediksi SPMB

Diketahui $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ dan determinan dari matriks $B.C$ adalah K . Jika garis $2x - y = 5$ dan $x + y = 1$ berpotongan di titik A , maka persamaan garis yang melalui A dan bergradien K adalah....

- A. $x - 12y + 25 = 0$
- B. $y - 12x + 25 = 0$
- C. $x + 12y - 23 = 0$
- D. $y - 12x - 11 = 0$
- E. $y - 12x + 11 = 0$



Triks

Remember

$$\text{BC} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 12 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det(\text{BC}) = -12 - 0 = -12 = K = \text{gradient}$$

$$\text{2x - y = 5}$$

$$\text{x + y = 1 +}$$

$$3x = 6 \rightarrow x = 2 \text{ dan } y = -1$$

$$\text{Pers.Garis : } y - (-1) = -12(x - 2)$$

$$y + 12x - 23 = 0$$

15. Prediksi SPMB

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ dan matriks

$B = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 2 & x \end{pmatrix}$. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $\det(A) = \det(B)$, maka $x_1^2 + x_2^2 = \dots$

- A. $1 \frac{1}{4}$
- B. 2
- C. 4
- D. $4 \frac{1}{4}$
- E. 5



Triks

Remember

$$\text{det}(A) = \text{det}(B)$$

$$3x - 4 = 2x^2 - 6 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 x_2$$

$$= \left(-\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-2}{2} = \frac{9}{4} + 2 = 4 \frac{1}{4}$$

16. Prediksi SPMB

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad C = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{Jika}$$

determinan dari $2A - B + 3C$ adalah 10, maka nilai a adalah....

- A. -5
- B. -3
- C. -2
- D. 2
- E. 5

Triks

Remember

$$\text{✎ } 2A - B + 3C =$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3a & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+3a & -3 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\text{✎ } \det(2A - B + 3C) = 55 + 33a + 21$$

$$10 = 76 + 33a \rightarrow 33a = -66$$

$$a = -2$$