

<http://meetabied.wordpress.com>

SMAN 1 Bone-Bone, Luwu Utara, Sul-Sel

Urusan kita dalam kehidupan bukanlah untuk melampaui orang lain, tetapi untuk melampaui diri sendiri, untuk memecahkan rekor kita sendiri, dan untuk melampaui hari kemarin dengan hari ini (Stuart B. Johnson)

[RUMUS CEPAT MATEMATIKA]

Gradien Garis

=====

Materi ini dapat disebarluaskan secara bebas, untuk tujuan bukan komersial, dengan atau tanpa menyertakan sumber. Hak Cipta selamanya pada Allah Swt. Salam hangat selalu ...
Muhammad Zainal Abidin | admin of <http://meetabied.wordpress.com>

1. Persamaan garis yang menyinggung kurva :

$y = x^3 + 2x^2 - 5x$ di titik $(1, -2)$ adalah....

- A. $y = 2x$
- B. $y = 2x - 2$
- C. $y = 2x - 4$
- D. $y = 2x + 3$
- E. $y = 2x + 4$

Smart

Info :

- π $y = f(x)$, Gradien garis singgung di $x = a$
Adalah : $m = f'(a)$
- π Persamaan garis singgung di titik (a, b) dengan gradient m adalah :
 $y - b = m(x - a)$

$\nabla y = x^3 + 2x^2 - 5x$ di $x = 1$

$$y' = m = 3(1)^2 + 4(1) - 5 = 2$$

∇ Persamaan garis singgung di $(1, -2)$

$$y + 2 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 4$$

2. garis yang melalui titik (1 ,1) dan (2 ,3) tegak lurus pada garis....
- A. $y = 2x + 1$
 - B. $y = -2x + 1$
 - C. $y = \frac{1}{2} x - 1$
 - D. $y = -\frac{1}{2} x + 1$
 - E. $y = x - 1$

Smart

Info :

✎ Persamaan garis yang melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah :

$$\frac{y - y_2}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2}$$

π Dua garis tegak lurus
 $m_1 \cdot m_2 = -1$

✎ Pers.garis mel. (1 ,1) dan (2 ,3)

Adalah : $\frac{y-3}{1-3} = \frac{x-2}{1-2}$

$$-2x + 4 = -y + 3$$

$$y = 2x - 1 \rightarrow m_1 = 2$$

✎ $m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow m_2 = -1/2$

Cari pada pilihan yang $m = -1/2$ (D)

3. Persamaan garis melalui titik potong antara garis $y = 2x - 1$ dan $y = 4x - 5$ serta tegak lurus garis $4x + 5y - 10 = 0$ adalah...
- A. $5x + 4y + 2 = 0$
 - B. $5x - 4y + 2 = 0$
 - C. $5x + 4y - 2 = 0$
 - D. $x - 4y + 2 = 0$
 - E. $5x - y + 2 = 0$

Smart

Info :

π Persamaan garis yang melalui (a, b) dan Tegak lurus dengan $Ax + By + C = 0$ adalah :
 $Bx - Ay = Ba - Ab$

✎ Titik potong : $y = 2x - 1$
 $y = 4x - 5$
 $0 = -2x + 4 \rightarrow x = 2$
 $y = 3$

✎ Titik potongnya (2, 3)
Tegak lurus dengan : $4x + 5y - 10 = 0$
Persamaannya : $5x - 4y = 5(2) - 4(3)$
 $5x - 4y + 2 = 0$

4. Garis h meyinggung parabola $y = x^2 + x + a$ di titik P dengan absis -1. jika garis g tegak lurus h di P ternyata melalui (0,0), maka a sama dengan...
- A. -2
 - B. -1
 - C. 0
 - D. 1
 - E. 2

Solusi

Info :

π $y = f(x)$ gradien garis singgung dengan absis k, maksudnya $x = k$
Jadi $m = y' = f'(k)$

$\nabla y = x^2 + x + a$
 $x = -1, \rightarrow y = (-1)^2 - 1 + a = a$
titik singgung (-1, a)
 $m = y' = 2(-1) + 1 = -1 \rightarrow m_2 \cdot m = -1$
 $m_2(-1) = -1 \rightarrow m_2 = 1$

∇ Persamaan Garis : $y - a = 1(x + 1)$
Melalui (0,0) $\rightarrow 0 - a = 1$
 $a = -1$

5. Jika garis l dengan persamaan :
 $(x - 2y) + a(x + y) = a$ sejajar dengan garis g dengan persamaan $(5y - x) + 3a(x + y) = 2a$, maka nilai a adalah....
- A. -5
 - B. 5
 - C. 1/3
 - D. -1/5
 - E. 1/5

Solusi

Info :

$$y = m_1x + n$$

SEJAJAR :

$$m_1 = m_2$$

$$y = m_2x + n$$

$$\begin{aligned} \pi \quad (x - 2y) + a(x + y) &= a \\ y &= -\frac{a+1}{a-2}x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi \quad (5y - x) + 3a(x + y) &= 2a \\ y &= -\frac{3a-1}{3a+5}x + 2a \end{aligned}$$

$$\pi \quad m_1 = m_2 \rightarrow \frac{a+1}{a-2} = \frac{3a-1}{3a+5}$$

$$\text{kali silang : } 15a = -3 \rightarrow a = -1/5$$

6. Persamaan garis yang tegak lurus pada garis singgung kurva $y = \tan x$ (tan lambang untuk tangens) di titik $(\pi/4, 1)$ adalah...

A. $y = \frac{-x}{2} + \frac{\pi}{4} + 1$

B. $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} - 1$

C. $y = \frac{-x}{2} + \frac{\pi}{8} - 1$

D. $y = \frac{-x}{2} + \frac{\pi}{8} + 1$

E. $y = \frac{-x}{2} - \frac{\pi}{8} + 1$

Solusi

Info :

π Garis tegak lurus :

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

π Persamaan Garis singgung dititik (a ,b) dengan gradien m_2 adalah :
 $y - b = m_2(x - a)$

$\nabla y = \tan x$

$$m = y' = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1/2} = 2$$

∇ Tegak lurus : $m = -1/2$, melalui $(\pi/4, 1)$. Persamaan Garis singgung :

$$y - 1 = -1/2(x - \pi/4) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8} + 1$$

Gradien Garis

7. Garis g tegak lurus pada garis $3x + 2y - 5 = 0$. Jika garis s memotong sumbu y di $(0,3)$, maka persamaan garis g adalah....
- A. $3x + 2y - 6 = 0$
 - B. $-3x + 2y + 6 = 0$
 - C. $2x + 3y + 9 = 0$
 - D. $2x - 3y + 9 = 0$
 - E. $2x + 3y - 9 = 0$

Smart

Info :

π

π

Persamaan Garis yang melalui titik (a, b) dan tegak lurus $Ax + By + C = 0$ adalah :

$$Bx - Ay = Ba - Ab$$

- π Persamaan g tegak lurus $3x + 2y - 5 = 0$ adalah :
- $$2x - 3y = 2(0) - 3(3)$$
- $$2x - 3y + 9 = 0$$

8. Persamaan garis lurus yang memotong tegak lurus garis $x - 3y - 5 = 0$ di titik $(2, -1)$ adalah...
- A. $3x - y - 5 = 0$
 - B. $3x - y - 6 = 0$
 - C. $3x + y - 4 = 0$
 - D. $3x - y - 7 = 0$
 - E. $3x + y + 7 = 0$

Smart

Info :

π
 π Persamaan Garis yang melalui titik (a, b) dan tegak lurus $Ax + By + C = 0$ adalah :
 $Bx - Ay = Ba - Ab$

- ✎ Persamaan yang Tegak lurus garis :
 $x - 3y - 5 = 0$ adalah : $-3x - y = -3(2) - (-1)$
 $-3x - y = -5$
 $3x + y - 5 = 0$

9. Jika titik A merupakan titik perpotongan dua garis yang disajikan oleh persamaan matriks :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ dan garis } I_1 \text{ adalah garis yang melalui titik}$$

A dan titik asal O, maka persamaan garis I_2 yang melalui titik B(2, 2) dan tegak lurus pada I_1 adalah....

- A. $y = 14 - 6x$
- B. $y = 12 - 5x$
- C. $y = 2(3x - 5)$
- D. $y = 2(5 - 2x)$
- E. $y = 2(2x - 3)$



Solusi

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \rightarrow x - 2y = 4$$

$$3x + 2y = 8$$

$$x = 3 \text{ dan } y = -\frac{1}{2}$$

- I_1 melalui $(3, -\frac{1}{2})$ dan $(0, 0)$

$$m = \frac{0 - (-1/2)}{0 - 3} = -\frac{1}{6}$$

- I_2 melalui $(2, 2)$ tegak lurus I_1 maka $m = 6$

$$y - 2 = 6(x - 2)$$

$$y = 6x - 12 + 2 = 6x - 10$$

$$y = 2(3x - 5)$$

10. Persamaan garis yang menyinggung kurva :
 $y = 2x^3 - 4x - 3$ pada titik dengan absis -1 adalah...
- A. $y = 2x + 1$
 - B. $y = 2x + 7$
 - C. $y = -2x + 3$
 - D. $y = -2x - 1$
 - E. $y = -2x - 2$

Solusi

Info :

- π Gradien garis singgung dengan absis $x = a$ dari fungsi $y = f(x)$ adalah :
 $m = f'(a)$
- π PGS : melalui (a, b) adalah
 $y - b = m(x - a)$

$$\begin{aligned} \cancel{\pi} \quad y &= 2x^3 - 4x - 3 \rightarrow x = -1 \\ & \quad \quad \quad y = 2(-1) - 4(-1) - 3 = -1 \\ \cancel{\pi} \quad m &= y' = 6(-1)^2 - 4 = 6 - 4 = 2 \\ \cancel{\pi} \quad y - b &= m(x - a) \\ y - (-1) &= 2(x - (-1)) \rightarrow y = 2x + 1 \end{aligned}$$

11. Persamaan garis yang menyinggung kurva

$y = x^2 + 2x + 2$ di titik $(0, 2)$ adalah....

- A. $y - x - 2 = 0$
- B. $y - 2x - 2 = 0$
- C. $y - 3x - 2 = 0$
- D. $y - 4x - 2 = 0$
- E. $y - 5x - 2 = 0$

Solusi

Info :

π Gradien garis singgung dari fungsi $y = f(x)$ di titik (a, b) adalah :

$$m = f'(a)$$

π PGS : melalui (a, b) adalah : $y - b = m(x - a)$

$\nabla f(x) = 2x^2 + 2x + 2$ di titik $(0, 2)$

$$m = y' = 4(0) + 2 = 0 + 2 = 2$$

$\nabla y - b = m(x - a)$

$$y - 2 = 2(x - 0) \rightarrow y - 2x - 2 = 0$$

12. Garis g merupakan sumbu simetri dari :
 $x^2 - 4x - y + 7 = 0$. Persamaan garis melalui titik $(5, 3)$
dan membentuk sudut $\pi/4$ dengan garis g adalah...
- A. $2y - x - 1 = 0$
 - B. $2y - x + 1 = 0$
 - C. $y + x - 2 = 0$
 - D. $y - x + 2 = 0$
 - E. $y + x - 1 = 0$

Solusi

Info :

- π
- π Gradien garis singgung yang membentuk sudut α adalah : $m = \tan \alpha$
- π PGS : melalui (a, b) adalah : $y - b = m(x - a)$

- $\alpha = \pi/4 \rightarrow m = \tan \pi/4 = 1$
- $y - b = m(x - a)$ melalui titik $(5, 3)$
 $y - 3 = 1(x - 5)$
 $y - 3 = x - 5 \rightarrow y - x + 2 = 0$

Gradien Garis

13. Jika garis g melalui titik $(3, 5)$ dan juga melalui titik potong garis $x - 5y = 10$ dengan garis $3x + 7y = 8$, maka persamaan garis g itu adalah...

- A. $3x + 2y - 19 = 0$
- B. $3x + 2y - 14 = 0$
- C. $3x - y - 4 = 0$
- D. $3x + y + 14 = 0$
- E. $3x + y - 14 = 0$

Solusi

Info :

$$\begin{array}{l} \pi \\ \pi \end{array} \text{ Titik potong : } \left. \begin{array}{l} x - 5y = 10 \\ 3x + 7y = 8 \end{array} \right\} x = 5 \text{ dan } y = -1$$

✎ Persamaan Garis singgung melalui titik $(3, 5)$ dan $(5, -1)$ adalah :

$$\text{✎ } \frac{y - (-1)}{5 - (-1)} = \frac{x - 5}{3 - 5} \rightarrow -2y - 2 = 6x - 30$$

$$3x + y - 14 = 0$$

14. Jika persamaan linier $a_1x + b_1y = c_1$ dan $a_2x + b_2y = c_2$ merupakan persamaan garis-garis lurus yang saling berpotongan tegak lurus, maka akan dipenuhi,.....

- A. $a_1b_1 - a_2b_2 = 0$
- B. $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$
- C. $a_1b_1 - a_2b_2 = 0$
- D. $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
- E. $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$

Solusi

Info :

π

π

Dua garis tegak lurus
maka gradiennya sama
dengan : $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\text{✎ } a_1x + b_1y = c_1 \rightarrow m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \rightarrow m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$$

$$\text{✎ } m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow a_1 \cdot a_2 = -b_1 \cdot b_2$$
$$a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0$$

15. Sebuah garis berpotongan dengan garis :

$3x - y - 4 = 0$ di titik $A(a, b)$. Jika garis tersebut melalui titik $(4, 1)$ dan juga memotong sumbu y di titik yang berordinat 3, maka a sama dengan

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2
- E. 1

Solusi

Info :

π Garis memotong sumbu- Y yang berordinat 3, maksudnya : $x = 0$ dan $y = 3$ atau $(0, 3)$

π $A(a, b)$ maksudnya $x = a$

✎ Pers. Garis mel $(4, 1)$ dan $(0, 3)$ adalah :

$$(1 - 3)x + (0 - 4)y + 4 \cdot 3 - 1(0) = 0$$

$$-2x - 4y + 12 = 0, \text{ sedang garis awal :}$$

$$\underline{12x - 4y - 16 = 0} -$$

$$-14x + 28 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$\text{berarti : } a = 2$$

16. Persamaan garis yang melalui titik (2,3) dan membentuk segitiga di kuadran pertama dengan luas terkecil adalah....

- A. $y - 3 = \frac{3}{2}(x - 2)$
- B. $y - 3 = -\frac{3}{2}(x - 2)$
- C. $y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$
- D. $y - 3 = -\frac{2}{3}(x - 2)$
- E. $y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$

Solusi

Info :

π
 π Garis melalui (2,3) dengan luas terkecil akan sejajar dengan garis yang melalui (0,3) dan (2,0).

✎ Gradien garis melalui (0,3) dan (2,0) adalah :

$$m = \frac{0 - 3}{2 - 0} = -\frac{3}{2}$$

✎ Garis yg melalui (2,3) dengan $m = -\frac{3}{2}$

adalah : $y - 3 = -\frac{3}{2}(x - 2)$

Gradien Garis

17. Garis yang melalui P(3 ,4) dan sejajar dengan $3x + 2y = 7$ adalah....
- A. $3x + 2y = 13$
 - B. $3x + 2y = 15$
 - C. $3x + 2y = 17$
 - D. $2x + 3y = 18$
 - E. $2x + 3y = 22$

Smart

Info :

π

π

Garis melalui (a ,b) dan SEJAJAR dengan :

$Ax + By + C = 0$ adalah :

$Ax + By = Aa + Bb$

- ✎ garis melalui P(3 ,4) dan sejajar garis $3x + 2y = 7$ adalah : $3x + 2y = 3.3 + 2.4$
 $3x + 2y = 17$

18. Jarak A(5, 2) ke garis $3x - 4y = 2$ adalah...

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. $1\frac{1}{4}$
- D. $1\frac{1}{2}$
- E. 2

Smart

Info :

π
 π Jarak titik A(a, b) ke garis
: $Ax + By + C = 0$

$$\pi \quad d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

π Jarak A(5, 2) ke garis $3x - 4y - 2 = 0$ adalah :

$$d = \frac{|3 \cdot 5 - 4 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

19. Jika jarak kedua garis $5x + 12y = d$ dan $5x + 12y = 5$ sama dengan 2, maka nilai d adalah....

- A. 29
- B. 31
- C. 33
- D. 35
- E. 37

Smart

Info :

π

π Jarak Dua garis sejajar :

$$Ax + By = c_1$$

$$Ax + By = c_2$$

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\text{Jaraknya : } 2 = \frac{|d - 5|}{\sqrt{5^2 + (12)^2}} = \frac{|d - 5|}{13}$$

$$26 = |d - 5| \rightarrow d - 5 = 26$$
$$d = 31$$

20. Diketahui A(5 ,4), B(7 ,1) dan C(t ,-4) jika garis yang melalui A dan B tegak lurus dengan garis yang melalui B dan C, maka nilai t adalah....

- A. -1
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{1}{3}$
- D. $-\frac{1}{4}$
- E. $-\frac{1}{5}$

Smart

Info :

π Gradien garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

$$\text{adalah : } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

π Dua garis tegak lurus, maka : $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\begin{aligned} \text{✎ } m_{AB} \cdot m_{BC} &= -1 \rightarrow \left(\frac{1-4}{7-5}\right) \cdot \left(\frac{-4-1}{t-7}\right) = -1 \\ \frac{15}{2t-14} &= -1 \\ -2t + 14 &= 15 \rightarrow t = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

21. Jika garis $5x + 2y - 23 = 0$ dan $4x + 3y - 24 = 0$ berpotongan di $P(a, b)$ maka nilai dari $a \cdot b = \dots$
- A. -6
 - B. 9
 - C. 12
 - D. 13
 - E. 15

Smart

Info :

π
 π $P(a, b)$ maksudnya $x = a$
dan $y = b$

$$\begin{array}{r} \text{✎ } 5x + 2y = 23 \quad | \times 3 \rightarrow 15x + 6y = 69 \\ 4x + 3y = 24 \quad | \times 2 \quad \underline{8x + 6y = 48} - \\ \hline 7x = 21 \rightarrow x = 3 \\ x = a = 3 \text{ susupkan ke (i) : } 15 + 2y = 23 \\ y = 4 = b \\ \text{✎ } a \cdot b = 3 \cdot 4 = 12 \end{array}$$

22. Garis yang melalui P(4 ,1) dan Q(0 ,3) memotong $y = 3x + 10$ di R(a ,b) nilai dari $a^2 + a$ adalah....
- A. 2
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 7
 - E. 8

Smart

Info :

π

π

Persamaan garis yang melalui (a,b) dan (c,d) adalah :

$$y - b = \frac{d - b}{c - a} (x - a)$$

- ✎ Persamaan garis melalui : (4,1) dan (0,3) adalah :

$$y - 3 = \frac{3 - 1}{0 - 4} (x - 0)$$

Di dapat : $x + 2y = 6$ padahal $y = 3x + 10$

$$x + 2(3x + 10) = 6 \rightarrow x = -2 = a$$

- ✎ Jadi : $a^2 + a = 4 + 2 = 6$

23. Garis $ax + 3y - 5 = 0$ dan $2x - by - 9 = 0$ diketahui berpotongan di $(2, -1)$. Nilai $a + b$ sama dengan...
- A. 6
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 9
 - E. 10

Smart

Info :

π
 π Garis $A_1x + B_1y + C_1 = 0$
dan $A_2x + B_2y + C_2 = 0$
Berpotongan di (a, b)
maka :
 $A_1a + B_1b + C_1 = 0$ dan
 $A_2a + B_2b + C_2 = 0$

$$\begin{cases} 2a + 3(-1) - 5 = 0 \\ 2a = 8 \rightarrow a = 4 \\ 4 + b - 9 = 0 \\ b = 5 \end{cases}$$

\Rightarrow Jadi : $a + b = 4 + 5 = 9$

Gradien Garis

24. Diketahui A(3,3), B(4,-1) dan C(-8,-4) Perpotongan garis AB dan BC akan membentuk sudut....

- A. 0°
- B. 30°
- C. 45°
- D. 60°
- E. 90°



Smart

Info :

π Jika $m_1 \cdot m_2 = -1$, maka sudut yang dibentuk oleh kedua garis tersebut sebesar : 90°

$$m_{AB} = \frac{-1-3}{4-3} = -4$$

$$m_{BC} = \frac{-4+1}{-8-4} = \frac{1}{4}$$

$$m_{AB} \cdot m_{BC} = -4 \cdot \frac{1}{4} = -1 \alpha = 90^\circ$$