PROGRAM LINEAR

Programing : Alokasi sumber-sumber yang terbatas untuk memenuhi tujuan tertentu.

Linier Programing : Programing yang menyangkut masalah-masalah dimana hubungan antara variable-variabelnya semua linier.

Beberapa pengertian matematik yang akan dijumpai pada masalah program linier antara lain :

1. **Konstrain**, yaitu syarat-syarat kondisi yang berhubungan dengan sumbernya.
2. **Fungsi Tujuan** atau **Fungsi Obyektif** atau **Fungsi Sasaran**, yaitu suatu fungsi yang berbentuk $Z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \ldots\ldots\ldots + C_nx_n$ dimana $x_i > 0$ untuk setiap i = 1, 2, 3 …..n. $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots C_n$ biasanya disebut koefisien biaya.
3. **Jawab Feasible**, yaitu jawab yang memenuhi syarat-syarat yang diberikan.
4. **Jawab Infeasible**, yaitu jawab yang tidak memenuhi syarat-syarat yang diberikan.

Tujuan dari program linier adalah memaksimalkan atau meminimalkan fungsi obyektif yang berbentuk linier dengan syarat-syarat linier. Pada umumnya model matematik dari bentuk program linier dalam dimensi dua (pada bidang) adalah :

Memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan $Z = C_1x_1 + C_2x_2$ dengan syarat :

$$K_1 \equiv a_1x_1 + a_2x_2 \leq d_1$$

$$K_2 \equiv b_1x_1 + b_2x_2 \leq d_2$$

$$x_1 \geq 0 \text{ dan } x_2 \geq 0$$

<u>Titik Ekstrim</u>

Titik ekstrim adalah suatu titik yang terletak pada daerah jawab sedemikian rupa sehingga fungsi obyektif akan mencapai harga ekstrim di titik tersebut.

Contoh :

1. Maksimalkan fungsi tujuan yang berbentuk $Z = 5x_1 + 3x_2$ dengan syarat :

$$K_1 \equiv 3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

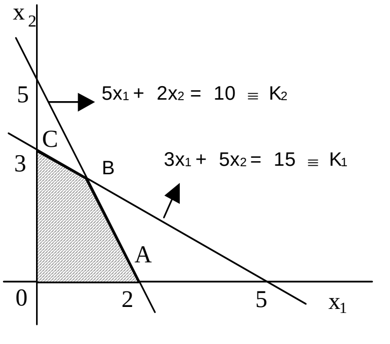
$$K_2 \equiv 5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 \geq 0 \text{ dan } x_2 \geq 0$$

Jawab :

Kita tentukan dulu daerah jawabannya (daerah feasible) pada bidang XOY (bidang yang di bangun oleh x_1 dan x_2), maka daerah jawab adalah OABC dan garis putus-putus adalah garis fungsi tujuan. Terlihat garis-garis yang dibangun oleh fungsi tujuan dan mempunyai kedudukan yang paling tinggi adalah garis yang melalui titik B $\left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$. Ini berarti bahwa $Z = 5x_1 + 3x_2$ mencapai harga maksimal di titik B. Akibatnya didapat

$$Z_{maks} = 5.\frac{20}{19} + 3.\frac{45}{19} = 12{,}37$$

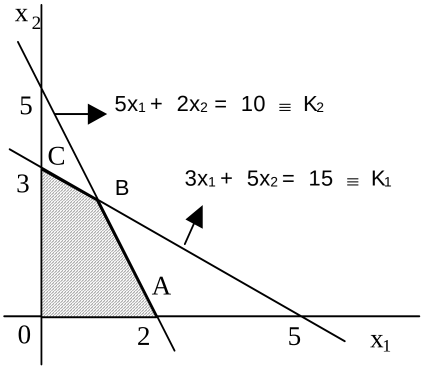


2. Maksimalkan fungsi tujuan Z = 2,5 x + y dengan syarat :

$K_1 \equiv 3x + 5y \le 15$

$K_2 \equiv 5x + 2y \le 10$

$x \ge 0$ dan $y \ge 0$



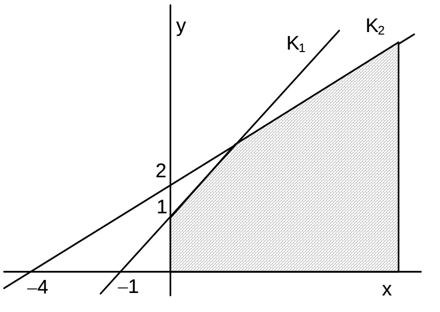
Jawab :
Ternyata fungsi tujuan z = 2,5 x + y berimpit dengan garis 5x + 2y = 10, akibatnya $Z_{maks} = 5$

3. Maksimalkan z = 2x + 2y dengan syarat :

$K_1 \equiv x - y \ge -1$

$K_2 \equiv x - 2y \ge -4$

$x \ge 0$; $y \ge 0$



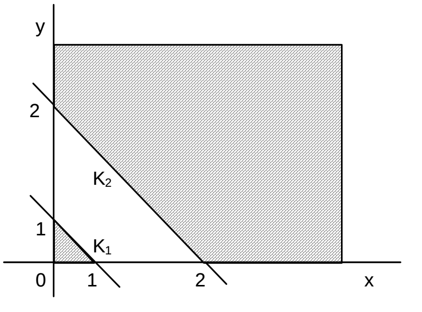
Dari gambar diatas kita dapatkan x → ~ dan y → ~. Dalam hal ini jawab tak terbatas. Dengan kata lain fungsi sasaran tidak mempunyai harga maksimal.

4. Tentukan harga maksimal dari fungsi tujuan z = 3x – 2y dengan syarat :

$K_1 \equiv x + y \le 1$

$K_2 \equiv 2x + 2y \ge 4$

$x \ge 0$ dan $y \ge 0$



Jawab :
Pada persoalaan ini kita dapatkan bahwa tidak ada daerah yang memenuhi syarat yang diberikan. Akibatnya tak ada harga x dan y yang memenuhi fungsi tujuan.

5. Seorang penjaja buah-buahan yag menggunakan gerobak, menjual apel dan pisang. Harga pembelian apel Rp. 1000,00 tiap kg dan pisang Rp. 400,00 tiap kg. Modalnya hanya Rp. 250.000,00 serta daya tampung gerobak tidak lebih dari 400 kg. Jika keuntungan tiap kg apel dua kali keuntungan tiap kg pisang, maka untuk memperoleh keuntungan sebesar mungkin, pedagang tersebut harus membeli berapa kg apel dan berapa kg pisang.

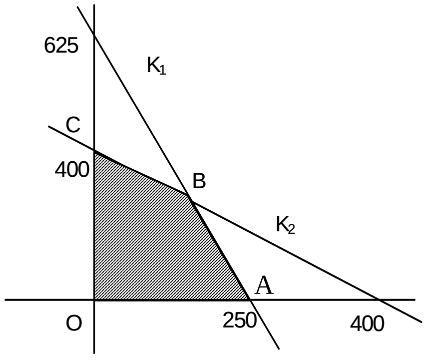
Jawab :
Misalkan bahwa banyaknya apel yang harus dibeli x kg, dan pisang y kg. Maka model matematikanya adalah :

Fungsi tujuan : $z = p x + ½p y$; $p \Rightarrow$ keuntungan tiap kg apel

Dengan syarat : $K_1 \equiv 1000 x + 400 y \le 250.000$

$K_2 \equiv x + y \le 400$

$x \ge 0$; $y \ge 0$



	x	y	z = p (x + ½ y)
O	0	0	0
A	250	0	250 p
B	150	250	275 p
C	0	400	250 p

Terlihat dari tabel diatas bahwa $Z_{maks} = 275$ p. Jadi banyaknya apel yang harus dibeli adalah 150 kg dan pisang 250 kg.

6. Sebuah pesawat terbang mempunyai kapasitas tempat duduk tak lebih dari 48 orang yang terbagi dalam kelas utama dan kelas ekonomi. Selain itu mampu membawa bagasi maksimal seberat 1440 kg. Setiap penumpang kelas utama dapat membawa bagasi tak lebih dari 60 kg sedangkan untuk kelas ekonomi maksimal 20 kg. Apabila biaya (harga kasrcis) untuk kelas utama dan kelas ekonomi masing-masing adalah Rp. 100.000,00 dan Rp. 50.000,00 perorang, tentukan banyaknya penumpang tiap-tiap kelas agar hasil penjualan karcis terbesar.

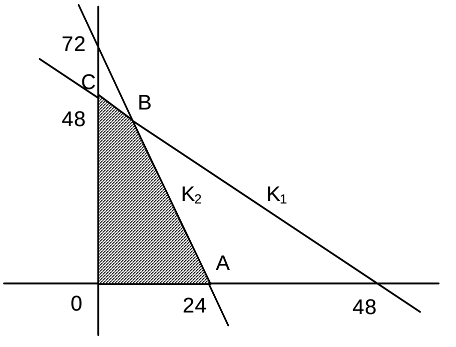
Jawab :
Misalkan banyaknya penumpang kelas utama x orang dan kelas ekonomi y orang, maka didapat model matematika sebagai berikut :

Fungsi tujuan : $z = 100.000\ x + 50.000\ y$

Syarat batas : $K_1 \equiv x + y \leq 48$

$K_2 \equiv 60x + 20y \leq 1440$

$x \geq 0\ ;\ y \geq 0$



	x	y	z
O	0	0	0
A	24	0	2.400.000
B	12	36	3.000.000
C	0	48	2.400.000

Agar hasil penjualan karcis mencapai angka terbesar maka jumlah penumpang kelas utama harus 12 orang sedangkan kelas ekonomi 36 orang.