

Persamaan Kuadrat – Rumus PK Baru

Misalkan x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka:

PERTAMA:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $x_1 + k$ dan $x_2 + k$ adalah:

$$a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar baru adalah $\alpha = x_1 + k$ dan $\beta = x_2 + k$

$$1. \alpha + \beta = (x_1 + k) + (x_2 + k) = (x_1 + x_2) + 2k = -\frac{b}{a} + 2k = \frac{-b + 2ak}{a}$$

$$2. \alpha \cdot \beta = (x_1 + k)(x_2 + k) = x_1 \cdot x_2 + k(x_1 + x_2) + k^2 = \frac{c}{a} - \frac{bk}{a} + k^2 = \frac{c - bk + ak^2}{a}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$\begin{aligned} & x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha \cdot \beta) = 0 \\ \Rightarrow & x^2 - \left(\frac{-b + 2ak}{a}\right)x + \left(\frac{c - bk + ak^2}{a}\right) = 0 \\ \Rightarrow & ax^2 + bx - 2akx + c - bk + ak^2 = 0 \\ \Rightarrow & ax^2 - 2akx + ak^2 + bx - bk + c = 0 \\ \Rightarrow & a(x^2 - 2kx + k^2) + b(x - k) + c = 0 \\ \Rightarrow & a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0 \end{aligned}$$

Catatan:

Untuk PK baru dgn akar-akar lama dikurangi k , nilai k pada rumus diganti dengan $-k$.

KEDUA:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya nx_1 dan nx_2 adalah:

$$ax^2 + nbx + n^2c = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar baru adalah $\alpha = nx_1$ dan $\beta = nx_2$

$$1. \alpha + \beta = nx_1 + nx_2 = n(x_1 + x_2) = -\frac{bn}{a}$$

$$2. \alpha \cdot \beta = nx_1 \cdot nx_2 = n^2(x_1 \cdot x_2) = \frac{n^2c}{a}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha \cdot \beta) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(-\frac{bn}{a}\right)x + \left(\frac{n^2c}{a}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{bn}{a}x + \frac{n^2c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow ax^2 + nbx + n^2c = 0$$

matikzone.com
281782

KETIGA:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya berkebalikan, $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$ adalah:

$$cx^2 + bx + a = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar PK baru adalah $\alpha = \frac{1}{x_1}$ dan $\beta = \frac{1}{x_2}$

$$1. \alpha + \beta = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-b/a}{c/a} = -\frac{b}{c}$$

$$2. \alpha\beta = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{c/a} = \frac{a}{c}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha\beta) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(-\frac{b}{c}\right)x + \left(\frac{a}{c}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0$$

$$\Rightarrow cx^2 + bx + a = 0$$

www.matikzone.com
 085 233 897 897
 05 Mei 2013

KEEMPAT:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya berlawanan, $-x_1$ dan $-x_2$ adalah:

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar PK baru adalah $\alpha = -x_1$ dan $\beta = -x_2$

$$1. \alpha + \beta = -x_1 - x_2 = -(x_1 + x_2) = -\frac{-b}{a} = \frac{b}{a}$$

$$2. \alpha\beta = -x_1 \cdot -x_2 = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha\beta) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow ax^2 - bx + c = 0$$

KELIMA:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2 adalah:

$$a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar PK baru $\alpha = x_1^2$ dan $\beta = x_2^2$

$$1. \alpha + \beta = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$2. \alpha\beta = x_1^2 \cdot x_2^2 = (x_1 \cdot x_2)^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \frac{c^2}{a^2}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$\begin{aligned} x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha\beta) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - \left(\frac{b^2 - 2ac}{a^2}\right)x + \left(\frac{c^2}{a^2}\right) &= 0 \\ \Rightarrow a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 &= 0 \end{aligned}$$

www.matikzone.wordpress.com
8171782

KEENAM:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $x_1 + x_2$ dan $x_1 + x_2$ adalah:

$$a^2x^2 + 2abx + b^2 = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar PK baru $\alpha = x_1 + x_2$ dan $\beta = x_1 + x_2$

$$1. \alpha + \beta = (x_1 + x_2) + (x_1 + x_2) = 2(x_1 + x_2) = -2\frac{b}{a}$$

$$2. \alpha\beta = (x_1 + x_2)(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$\begin{aligned}x^2 - \left(-\frac{2b}{a}\right)x + \frac{b^2}{a^2} &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + \frac{2ab}{a^2}x + \frac{b^2}{a^2} &= 0 \\ \Rightarrow a^2x^2 - 2abx + b^2 &= 0\end{aligned}$$

www.matikzone.com
085 233 897 897
matikzone

KETUJU:

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $x_1 - x_2$ dan $x_1 + x_2$ adalah:

$$a^2x^2 - 2|a\sqrt{D}|x + D = 0$$

Cek:

misalkan akar-akar PK baru $\alpha = x_1 - x_2$ dan $\beta = x_1 + x_2$

- $\alpha + \beta = (x_1 - x_2) + (x_1 + x_2) = 2(x_1) = 2\left|\frac{\sqrt{D}}{a}\right|$
- $\alpha\beta = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = (x_1^2 - x_2^2) = \frac{D}{a^2}$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$\begin{aligned}x^2 - 2\left|\frac{\sqrt{D}}{a}\right|x + \frac{D}{a^2} &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2\left|\frac{a\sqrt{D}}{a^2}\right|x + \frac{D}{a^2} &= 0 \\ \Rightarrow a^2x^2 - 2|a\sqrt{D}|x + D &= 0\end{aligned}$$

Catatan:

Bagaimanapun hubungan akar-akar PK baru dengan akar-akar PK lama, proses menentukan PK baru adalah sama, seperti pembuktian di atas. Jadi yang kudu diingat adalah prosesnya, bukan rumusnya.