

Peluang - Permutasi (Dua Kubu Partai)

Masalah ini muncul sebagai akibat rasa penasaran dari masalah sebelumnya, yaitu jabat tangan gabungan. Bagaimana jika pada permutasi? Cara penyelesaiannya adalah sama. Dalam kasus pemilihan ketua dan wakil suatu partai yang terpecah menjadi dua kubu.

Misalkan:

Banyak calon dari kubu A adalah n dan banyak cara pemilihan ketua dan wakilnya = $\frac{n!}{(n-2)!} = p$.

Banyak calon dari kubu B adalah m dan banyak cara pemilihan ketua dan wakilnya = $\frac{m!}{(m-2)!} = q$.

Cara pertama:

Menentukan masing-masing nilai n dan m .

$$\frac{n!}{(n-2)!} = p \Rightarrow n(n-1) = p \Rightarrow n(n-1) - p = 0 \Rightarrow n^2 - n - p = 0 \Rightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{1+4p}}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{m!}{(m-2)!} = q \Rightarrow m(m-1) = q \Rightarrow m(m-1) - q = 0 \Rightarrow m^2 - m - q = 0 \Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{1+4q}}{2} \dots\dots\dots (2)$$

Pilih nilai n dan m yang positif, kemudian pakai rumus permutasi $\frac{(n+m)!}{(n+m-2)!}$

Cara kedua:

Banyak cara pemilihan ketua dan wakil =

$$\frac{(n+m)!}{(n+m-2)!} = \frac{(n+m)(n+m-1)(n+m-2)!}{(n+m-2)!} = (n+m)(n+m-1) = n^2 - n + m^2 - m + 2nm$$

Substitusi persamaan (1) dan (2)

$$\begin{aligned} \frac{(n+m)!}{(n+m-2)!} &= (n^2 - n) + (m^2 - m) + 2nm \\ &= p + q + 2 \cdot \frac{1 + \sqrt{1+4p}}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{1+4q}}{2} = p + q + \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1+4p})(1 + \sqrt{1+4q}) \end{aligned}$$

Catatan: $n > 0$ jika $n = \frac{1 + \sqrt{1+4p}}{2}$ dan $m > 0$ jika $m = \frac{1 + \sqrt{1+4q}}{2}$.

Contoh:

Sebuah partai terpecah belah menjadi 2 kubu. Masing masing kubu melakukan musas untuk memilih ketua dan wakil partai. Pada kubu A terdapat 30 cara pemilihan dan pada kubu B terdapat 42 cara pemilihan, dari masing-masing calon yang diajukan. Jika terjadi islah demi kemaslahatan bersama, maka ada berapa cara pemilihan ketua dan wakil dari gabungan calon kedua kubu tadi?

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Banyak} &= 30 + 42 + \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1+4 \cdot 30}) (1 + \sqrt{1+4 \cdot 42}) = 72 + \frac{1}{2} (1 + \sqrt{121}) (1 + \sqrt{169}) \\ &= 72 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = 72 + 84 = 156 \text{ cara} \end{aligned}$$

Catatan: $n = 6$ dan $m = 7$

Bagaimana jika ada 3 kubu yang digabung? Dengan cara yang sama, coba cari rumusnya untuk latihan!