

Peluang - Kombinasi (Jabat Tangan Gabungan)

31 Maret 2015, ada siswa yang bertanya jika banyak jabat tangan kelompok A ada sekian dan banyak jabat tangan kelompok B ada sekian, ada berapa banyak jabat tangan yang terjadi jika dua kelompok orang tersebut digabung? Pertama kali dapat soal/pertanyaan macam ini....

Misalkan:

Banyak anggota kelompok A adalah n dan banyak jabat tangan = $\frac{n!}{(n-2)!2!} = p$.

Banyak anggota kelompok B adalah m dan banyak jabat tangan = $\frac{m!}{(m-2)!2!} = q$.

Cara pertama:

Menentukan masing-masing nilai n dan m .

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} = p \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = p \Rightarrow n(n-1) - 2p = 0 \Rightarrow n^2 - n - 2p = 0 \Rightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{1+8p}}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{m!}{(m-2)!2!} = q \Rightarrow \frac{m(m-1)}{2} = q \Rightarrow m(m-1) - 2q = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2q = 0 \Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{1+8q}}{2} \dots\dots\dots (2)$$

Pilih nilai n dan m yang positif, kemudian pakai rumus kombinasi $\frac{(n+m)!}{(n+m-2)!2!}$

Cara kedua:

Banyak jabat tangan gabungan =

$$\begin{aligned} \frac{(n+m)!}{(n+m-2)!2!} &= \frac{(n+m)(n+m-1)(n+m-2)!}{(n+m-2)!2} = \frac{(n+m)(n+m-1)}{2} = \frac{n^2 - n + m^2 - m + 2nm}{2} \\ &= \frac{n^2 - n}{2} + \frac{m^2 - m}{2} + nm \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (1) dan (2)

$$\frac{(n+m)!}{(n+m-2)!2!} = p + q + \frac{1 + \sqrt{1+8p}}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{1+8q}}{2} = p + q + \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1+8p})(1 + \sqrt{1+8q})$$

Catatan: $n > 0$ jika $n = \frac{1 + \sqrt{1+8p}}{2}$ dan $m > 0$ jika $m = \frac{1 + \sqrt{1+8q}}{2}$.

Contoh:

Di dalam gedung terdapat undangan kenegaraan yang terbagi dalam 2 ruangan. Di ruangan A, mereka saling berjabat tangan dan terdapat 15 jabat tangan. Sedangkan dalam ruangan B juga saling berjabat tangan dan terdapat 28 jabat tangan. Jika dari dua ruangan tersebut digabung dan saling berjabat tangan, ada berapa jabat tangankah yang terjadi?

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Banyak} &= 15 + 28 + \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 15} \right) \left(1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 28} \right) = 43 + \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{121} \right) \left(1 + \sqrt{225} \right) \\ &= 43 + \frac{1}{4} \cdot 12 \cdot 16 = 43 + 48 = 91 \text{ jabat tangan} \end{aligned}$$

Catatan: $n = 6$ dan $m = 8$

Bagaimana jika ada 3 kelompok orang yang digabung? Dengan cara yang sama, coba cari rumusnya untuk latihan!