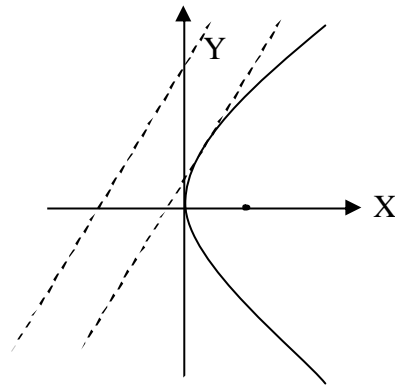


Parabola – PGS Parabola dengan Gradien m



Perhatikan parabola yang berpusat di $(0, 0)$ di atas!

Misalkan persamaan garis singgung dengan gradien m pada parabola di atas adalah $y = mx + c$,

Jika $y = mx + c$ disubstitusikan pada persamaan parabola maka diperoleh:

$$\begin{aligned}y^2 &= 4px \\ \Rightarrow (mx + c)^2 &= 4px \\ \Rightarrow m^2x^2 + 2mcx + c^2 &= 4px \\ \Rightarrow m^2x^2 + (2mc - 4p)x + c^2 &= 0\end{aligned}$$

Jk garis y menyinggung parabola, mk garis memotong parabola di satu titik atau diskriminan dari persamaan sama dengan 0. Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}D &= 4m^2c^2 - 16mcp + 16p^2 - 4m^2c^2 \\ \Rightarrow 0 &= -16mcp + 16p^2 \\ \Rightarrow mcp &= p^2 \\ \Rightarrow c &= \frac{p}{m}\end{aligned}$$

Jadi, PGS parabola dengan gradien m adalah:

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

Handwritten signature and date: *my rika 07/3 2014*

Dengan cara yang sama, kita akan peroleh:

Persamaan garis singgung dengan gradien m yaitu $y = mx + c$ pada parabola dengan titik fokus $F(0, p)$ dan garis direktriks $y = -p$ (sumbu simetri adalah sumbu Y) adalah:

$$x^2 = 4py \Rightarrow x^2 = 4p(mx + c) \Rightarrow x^2 - 4pmx - 4pc = 0$$

Syarat menyinggung, $D = 0$

$$D = 16p^2m^2 + 16pc \Rightarrow 0 = 16p^2m^2 + 16pc \Rightarrow c = -pm^2$$

Jadi, PGS parabola adalah:

$$y = mx + c \Rightarrow y = mx - pm^2$$

Persamaan garis singgung dengan gradien m yaitu $y = mx + c$ pada parabola dengan pusat (h, k) , titik fokus $F(h + p, k)$ dan garis direktriks $x = h - p$ (sumbu simetri sejajar sumbu X) adalah:

$$\begin{aligned} (y - k)^2 &= 4p(x - h) \Rightarrow (mx + c - k)^2 = 4p(x - h) \\ &\Rightarrow m^2x^2 + 2mcx + c^2 - 2mxk - 2ck + k^2 = 4px - 4ph \\ &\Rightarrow m^2x^2 + (2mc - 2mk - 4p)x + (c^2 + k^2 - 2ck + 4ph) = 0 \end{aligned}$$

Syarat menyinggung, $D = 0$

$$\begin{aligned} D &= 4m^2c^2 - 8m^2ck + 4m^2k^2 - 16mcp + 16mpk + 16p^2 - 4m^2c^2 - 4m^2k^2 + 8m^2ck - 16m^2ph \\ &= -16mcp + 16mpk + 16p^2 - 16m^2ph \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 0 = -16mcp + 16mpk + 16p^2 - 16m^2ph \Rightarrow 0 = -mc + mk + p - m^2h$$

$$\Rightarrow mc = p + mk - m^2h$$

$$\Rightarrow c = \frac{p}{m} + k - mh$$

Jadi, PGS parabola adalah:

$$y = mx + c \Rightarrow y = mx + \frac{p}{m} + k - mh \Rightarrow (y - k) = m(x - h) + \frac{p}{m}$$

Persamaan garis singgung dengan gradien m yaitu $y = mx + c$ pada parabola dengan pusat (h, k) , titik fokus $F(h, k + p)$ dan garis direktriks $y = k - p$ (sumbu simetri sejajar sumbu Y) adalah:

$$(y - k) = m(x - h) - pm^2$$

Coba kamu buktikan!

