MATRIKS

Bentuk umum suatu matriks adalah :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & :::: & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & :::: & a_{2n} \\ :: & :: & :::: & :: \\ a_{m1} & a_{m2} & :::: & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks A diatas memuat m baris dan n kolom, disebut berordo m x n.

Transpos suatu matriks

Transpose suatu matriks A ditulis A^t adalah matriks dengan menukar elemen-elemen pada baris A dengan elemen-elemen pada kolomnya

Kesamaan dua matriks

A = B $\Leftrightarrow$ 1. Ordo A = Ordo B
2. elemen-elemen yang seletak nilainya

Operasi Jumlah

C = A + B $\Leftrightarrow$ 1. Ordo C = Ordo A = Ordo B
2. $c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$; $i \in$ baris dan $j \in$ kolom

Sifat operasi penjumlahan

1. Komutatif : A + B = B + A
2. Asosiatif : (A + B) + C = A + (B + C)
3. Ada matriks 0 sehingga A + 0 = 0 + A = A
4. Ada matriks –A sehingga A + (–A) = 0
5. $(A+B)^t = A^t + B^t$

Definisi A – B = A + (–B)

Catatan Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya 0.

Matriks –A diperoleh dengan mengalikan setiap elemen A dengan –1.

Perkalian dengan konstanta

C = k A $\Leftrightarrow$ 1. k bilangan real, A dan C matriks berordo sama
2. $c_{i,j} = k\, a_{i,j}$; $i \in$ baris dan $j \in$ kolom

Sifat perkalian dengan konstanta

p dan q bilangan real, A dan B matriks, maka

(p + q) A = p A + q A
p (A + B) = p A + p B
p (q A) = (p q) A

Operasi Kali

C = A B $\Leftrightarrow$ 1. $C_{m \times n} = A_{mxp} \quad B_{pxn}$

2. $c_{ij} = a_{i1}\, b_{1j} + a_{i2}\, b_{2j} + \ldots + a_{ip}\, b_{pj}$

Sifat-sifat operasi kali

1. Tidak komutatif: $A\,B \neq B\,A$
2. Asosiatif: $(A\,B)\,C = A\,(B\,C)$
3. Distributif $A\,(B + C) = A\,B + AC$
4. Ada matriks Identitas sehingga $A\,I = I\,A = A$
5. Jika $A\,B = 0$, belum tentu $A = 0$ atau $B = 0$
6. Jika $A\,B = A\,C$ maka belum tentu $B = C$
7. $(A\,.\,B)^t = B^t\,A^t$

Catatan Matriks Identitas adalah matriks ordo n x n (atau bujursangkar) yang semua elemen diagonal $a_{11} = a_{22} = \ldots = a_{nn} = 1$ dan elemen lainnya nol

Determinan

Determinan matriks A ditulis sebagai det(A) atau $|A|$.

1. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21}$

2. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

$$|A| = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Cara lain adalah dengan metode Sorrus

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right|$$

$$= (a_{11}\,a_{22}\,a_{33} + a_{12}\,a_{23}\,a_{31} + a_{13}\,a_{21}\,a_{32})$$
$$- (a_{11}\,a_{22}\,a_{33} + a_{12}\,a_{23}\,a_{31} + a_{13}\,a_{21}\,a_{32})$$

Sifat

det (A B) = det(A) det (B)

det (A + B) $\neq$ det(A) + det(B)

A ordo nxn $\Rightarrow$ det(k A) = k^n det(A)

det (A^t) = det(A)

det (A^{-1}) = $\frac{1}{\det A}$

Invers Matriks

Invers dari matriks A ditulis A^{-1} dan didefinisikan sebagai berikut

A^{-1} invers A $\Leftrightarrow$ 1. A matriks ordo n x n
2. $A\,A^{-1} = A^{-1}\,A = I$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Sifat Invers matriks

1. $A = B^{-1} \Leftrightarrow B = A^{-1}$
2. $(A^{-1})^{-1} = A$
3. $(A\,B)^{-1} = B^{-1}\,A^{-1}$
   $A\,B = C \Rightarrow A = C\,B^{-1}$
   $A\,B = C \Rightarrow B = A^{-1}\,C$

Ketiga kalimat berikut mempunyai pengertian sama

1. A singular
2. A tidak punya invers
3. det A = 0