

Matrik – Sifat Operasi Matrik

Pada operasi matrik, berlaku sifat-sifat:

- | | |
|--|---|
| <p>1. $AB \neq BA$ (tidak berlaku sifat komutatif)</p> <p>2. $A(BC) = (AB)C$ (berlaku sifat asosiatif)</p> <p>3. $A(B+C) = AB+AC$ (sifat distributi f kiri)</p> <p style="padding-left: 20px;">$A(B-C) = AB-AC$</p> <p style="padding-left: 20px;">$(B+C)A = BA+CA$ (sifat distributi f kanan)</p> <p style="padding-left: 20px;">$(B-C)A = BA-CA$</p> | <p>4. $k(AB) = (kA)B = A(kB)$</p> <p>5. $IA = AI = A$</p> <p>6. $AB = 0$ belum tentu $A = 0$ atau $B = 0$</p> <p>7. $AB = AC$ belum tentu $B = C$</p> <p>8. $(AB)^T = B^T A^T$</p> <p>9. $(A+B)^T = A^T + B^T$</p> |
|--|---|

Cek:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix}$, dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$1. AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq & bp+dq \\ ar+cs & br+ds \end{bmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

$$2. A(BC) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} kp+mq & lp+nq \\ kr+ms & lr+ns \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} akp+amq+bkr+bms & alp+anq+blr+bns \\ ckp+cmq+dkr+dms & clp+dnq+dls+dns \end{bmatrix},$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} akp+bkr+amq+bms & alp+blr+anq+bns \\ ckp+dkr+cmq+dms & clp+dls+dnq+dns \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = (AB)C$$

$$3. A(B+C) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p+k & q+l \\ r+m & s+n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ap+ak+br+bm & aq+al+bs+bn \\ cp+ck+dr+dm & cq+cl+ds+dn \end{bmatrix},$$

$$AB+AC = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ak+bm & al+bn \\ ck+dm & cl+dn \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ap+ak+br+bm & aq+al+bs+bn \\ cp+ck+dr+dm & cq+cl+ds+dn \end{bmatrix},$$

$$A(B+C) = AB+AC$$

Silakan dicoba untuk yang lainnya...

$$4. k(AB) = k \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} akp+bkr & akq+bks \\ ckp+dkr & ckq+dks \end{bmatrix},$$

$$(kA)B = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ak & bk \\ ck & dk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} akp+bkr & akq+bks \\ ckp+dkr & ckq+dks \end{bmatrix}$$

$$A(kB) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} k \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} kp & kq \\ kr & ks \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} akp+bkr & akq+bks \\ ckp+dkr & ckq+dks \end{bmatrix}, \quad k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

$$5. AI = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot 1 + b \cdot 0 & a \cdot 0 + b \cdot 1 \\ c \cdot 1 + d \cdot 0 & c \cdot 0 + d \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot a + 0 \cdot c & 1 \cdot b + 0 \cdot d \\ 0 \cdot a + 1 \cdot c & 0 \cdot b + 1 \cdot d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad AI = IA = A$$

$$6. \text{ Misalkan } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6+6 & 2-2 \\ -18+18 & 6-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$AB = 0; A, B \neq 0$

$$7. \text{ Misalkan } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -3 \end{bmatrix},$$

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}; \quad AB = AC, B \neq C$$

$$8. AB = \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} \Rightarrow (AB)^T = \begin{bmatrix} ap+br & cp+dr \\ aq+bs & cq+ds \end{bmatrix}$$

$$A^T B^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & r \\ q & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq & ar+cs \\ bp+dq & br+ds \end{bmatrix}, B^T A^T = \begin{bmatrix} p & r \\ q & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+br & cp+dr \\ aq+bs & cq+ds \end{bmatrix}$$

$(AB)^T = B^T A^T$ dan $(AB)^T = A^T B^T$

$$9. A+B = \begin{bmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{bmatrix} \Rightarrow (A+B)^T = \begin{bmatrix} a+p & c+r \\ b+q & d+s \end{bmatrix}$$

$$A^T + B^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & r \\ q & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & c+r \\ b+q & d+s \end{bmatrix}, B^T + A^T = \begin{bmatrix} p & r \\ q & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & c+r \\ b+q & d+s \end{bmatrix}$$

$(A+B)^T = A^T + B^T = B^T + A^T$



©MatikZone.wordpress.com

Hak cipta dilindungi Allah, tak Dilarang menyebarkan tulisan ini dim bentuk apapun kelama ada manfaatnya, dan jangan lupa sisipkan DOA untuk kami...
Doa seorang muslim untuk saudaranya sesama muslim dari kejauhan tanpa diketahu olehnya akan Dikabulkan. Di atas kepalanya ada malaikat yg telah diutus, & tiap kali ia berdoa untuk Kebaikan, maka malaikat yang diutus tsb akan mengucapkan Amin & kamu Juga akan mendapatkan seperti itu. (HR. Muslim 8/86)