Matrik – Determinan

Determinan Matrik berordo 2x2

Teori tentang determinan berasal dari masalah system persamaan linear 2 variabel (SPLDV).

Misalkan terdapat SPLDV sebagai berikut:
$ax + by = 0$ .... (1)
$cx + dy = 0$ .... (2)

Dari persamaan (1) diperoleh: $\frac{x}{y} = -\frac{b}{a}$ .... (3)
dan
Dari persamaan (2) diperoleh: $\frac{x}{y} = -\frac{d}{c}$ .... (4)

Dari persamaan (3) dan (4) kita akan mendapatkan: $-\frac{b}{a} = -\frac{d}{c} \Rightarrow ad - bc = 0$

Bilangan $ad - bc$ biasa dituliskan dalam simbol $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ dan disebut dengan determinan berordo 2x2.

Misalkan matrik dengan 2 baris dan 2 kolom, $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dinotasikan sebagai A, maka $|A|$ atau $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Determinan Matrik berordo 3x3

Perhatikan sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) berikut,
$a_1x + b_1y + c_1z = 0$ .... (1)
$a_2x + b_2y + c_2z = 0$ .... (2)
$a_3x + b_3y + c_3z = 0$ .... (3)

Dari persamaan (2) dan (3) kita akan mendapatkan:
$(a_2b_3 - a_3b_2)x + (b_3c_2 - b_2c_3)z = 0$ .... (4)
$(a_3b_2 - a_2b_3)y + (a_3c_2 - a_2c_3)z = 0$ .... (5)

Dari persamaan (1), (4) dan (5):

$$a_1(a_2b_3 - a_3b_2)x + b_1(a_2b_3 - a_3b_2)y + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)z = 0$$
$$\Rightarrow a_1(b_2c_3 - b_3c_2)z + b_1(a_3c_2 - a_2c_3)z + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)z = 0$$
$$\Rightarrow [a_1(b_2c_3 - b_3c_2) + b_1(a_3c_2 - a_2c_3) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)]z = 0$$

$$\Rightarrow \Delta z = 0$$

Dimana nilai $\Delta = a_1(b_2c_3 - b_3c_2) + b_1(a_3c_2 - a_2c_3) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)$ biasa dituliskan dengan bentuk $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ dan disebut determinan ordo 3.

Dengan cara sama, dapat ditunjukkan bahwa $\Delta x = 0$ dan $\Delta y = 0$.

Misalkan matrik $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ dinotasikan sebagai A, maka $|A|$ atau $\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \Delta$

Khusus untuk determinan matrik berordo 2x2 dan 3x3 bisa juka dicari dengan aturan Sarrus's. yaitu perkalian elemen-elemen sejajar diagonal primer dikurangi perkalian elemen-elemen sejajar diagonal sekunder.

Bagaimana dengan matrik berordo 4x4, 5x5 dan seterusnya?