

Kedudukan 2 Buah Lingkaran

Anang Wibowo, S.Pd

Dari beberapa buku pelajaran (dengan penulis dan atau penerbit berbeda) yang kami baca, secara umum menyimpulkan bahwa kedudukan dua buah lingkaran adalah:

- 1). Bersinggungan luar, jika $PQ = R + r$
- 2). Bersinggungan dalam, jika $PQ = |R - r|$
- 3). Berpotongan, jika $PQ < R + r$
- 4). Sepusat / Konsentris, jika $P = Q$ atau $PQ = 0$
- 5). Tidak berpotongan, jika $PQ > R + r$
- 6). L1 di dalam L2 (Tidak berpotongan dalam), jika $P = Q$ dan $R > r$
- 7). Tidak berpotongan luar, jika $PQ > R + r$
- 8). Tidak berpotongan dalam, jika $PQ < |R - r|$
- 9). Berpotongan, jika $|R - r| < PQ < R + r$

Catatan:

1. Untuk L_1 dg pusat P , jari-jari R dan L_2 dg pusat Q , jari-jari r .
2. Redaksi sedikit berbeda dengan yg di buku

- Sebuah buku memberi kesimpulan no: 1, 2, 3, dan 5 (Tidak setuju)
- Buku lainnya memberi kesimpulan no: 1, 2, 3, 6, dan 7. (Tidak setuju)
- Buku satunya memberikan kesimpulan no: 1, 2, 7, 8, dan 9. (Setuju)

Komentar/Alasan:

No. 3: Belum tentu, bisa juga bersinggungan dalam, atau saling asing dalam.

No. 5: Tidak berpotongan luar YA, kalau tidak berpotongan dalam TIDAK.

No. 6: Tidak harus sepusat.

Masalah ini muncul ketika kita diberikan dua persamaan lingkaran kemudian kita diminta menentukan hubungan keduanya. Pasti akan sering terjadi ketidak sesuaian dengan fakta yang sebenarnya.

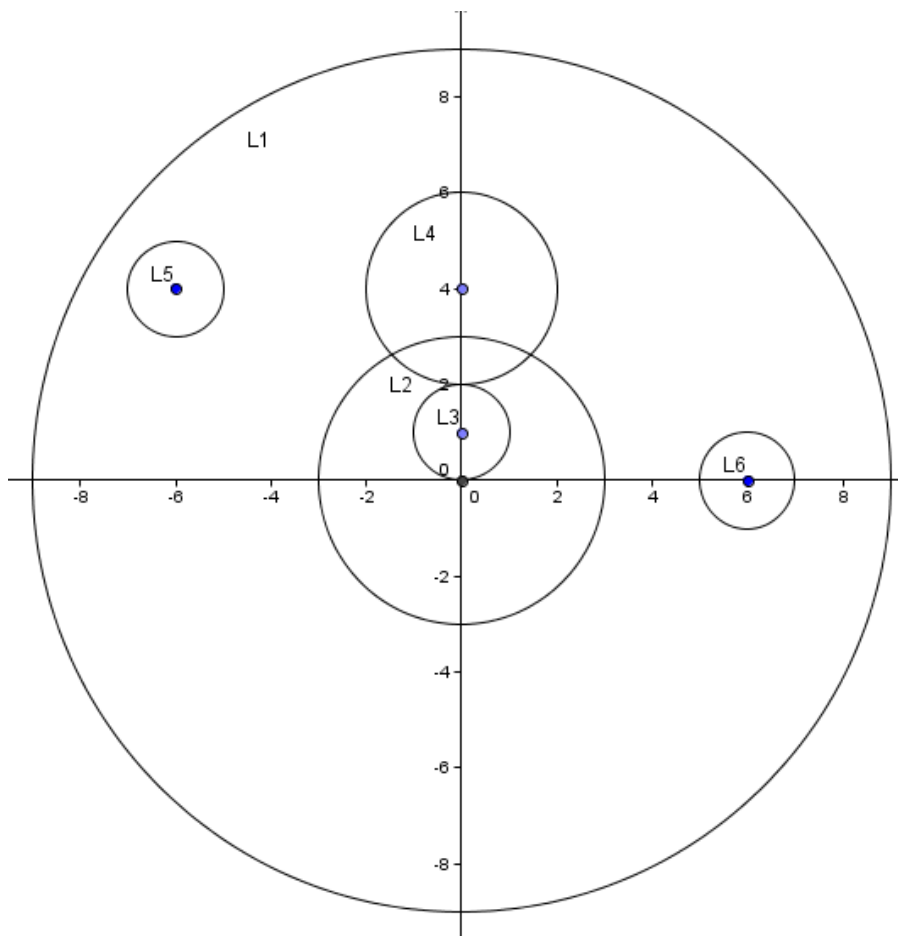
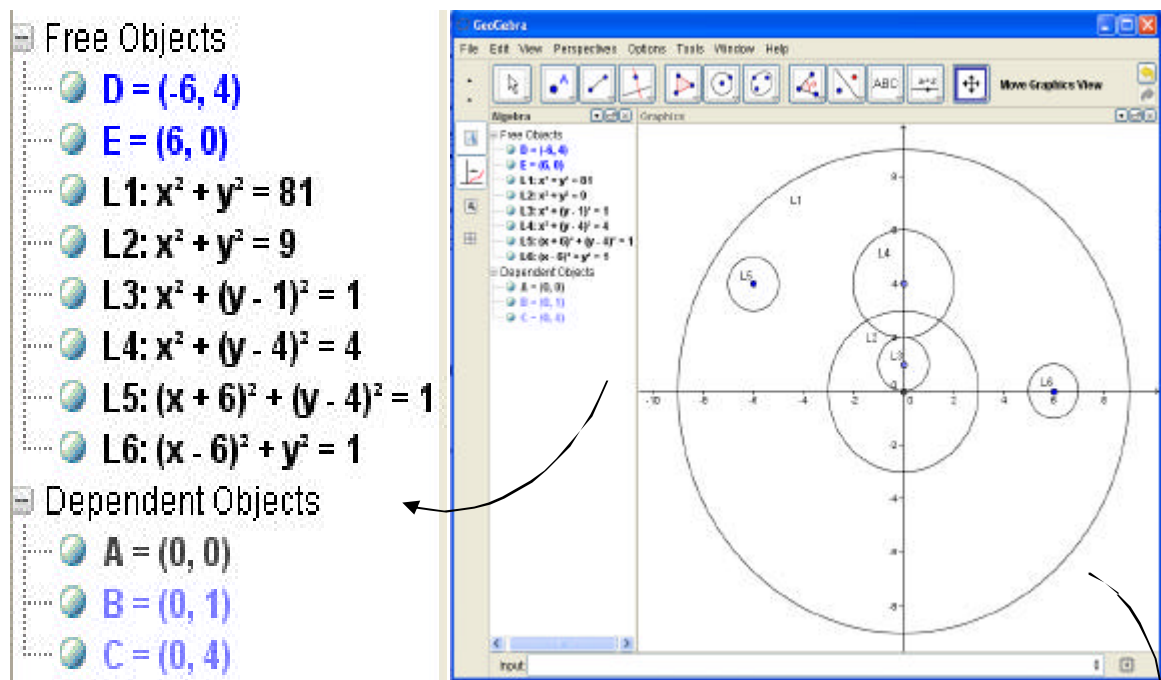
Berbeda jika ada dua buah lingkaran dan diKLAIM bahwa dua lingkaran itu tidak berpotongan luar (misalnya), maka pastilah $PQ > R + r$.

Jika dua lingkaran diKLAIM tidak berpotongan, maka belum tentu $PQ > R + r$.

Beberapa contoh berikut setidaknya memberikan gambaran tentang masalah ini.

Perhatikan Gambar di bawah!

Terdapat 6 buah lingkaran dimana lingkaran ke-2 sampai lingkaran ke-6 masing-masing berada di dalam lingkaran 1 dan saling asing.



$$\left. \begin{array}{l} L_1 \equiv x^2 + y^2 = 81 \\ L_2 \equiv x^2 + y^2 = 9 \end{array} \right\} PQ_2 = 0, R - r_2 = 6, \text{ dan } R + r_2 = 12 \left\{ \begin{array}{l} PQ_2 < R + r_2 \\ PQ_2 < R - r_2 \end{array} \right.$$

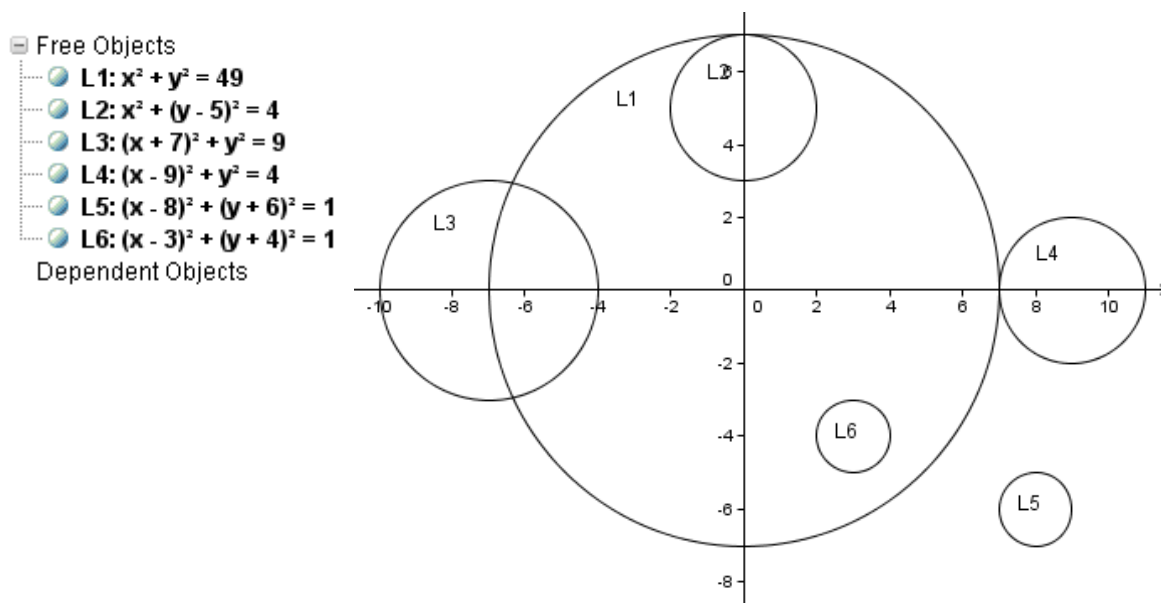
$$\left. \begin{array}{l} L_1 \equiv x^2 + y^2 = 81 \\ L_3 \equiv x^2 + (y - 1)^2 = 1 \end{array} \right\} PQ_3 = 1, R - r_3 = 8, \text{ dan } R + r_3 = 10 \left\{ \begin{array}{l} PQ_3 < R + r_3 \\ PQ_3 < R - r_3 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} L_1 \equiv x^2 + y^2 = 81 \\ L_4 \equiv x^2 + (y - 4)^2 = 4 \end{array} \right\} PQ_4 = 4, R - r_4 = 7, \text{ dan } R + r_4 = 11 \left\{ \begin{array}{l} PQ_4 < R + r_4 \\ PQ_4 < R - r_4 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} L_1 \equiv x^2 + y^2 = 81 \\ L_5 \equiv (x + 6)^2 + (y - 4)^2 = 1 \end{array} \right\} PQ_5 = \sqrt{52} = 7,21, R - r_5 = 8, \text{ dan } R + r_5 = 10 \left\{ \begin{array}{l} PQ_5 < R + r_5 \\ PQ_5 < R - r_5 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} L_1 \equiv x^2 + y^2 = 81 \\ L_6 \equiv (x - 6)^2 + y^2 = 1 \end{array} \right\} PQ_6 = 6, R - r_6 = 8, \text{ dan } R + r_6 = 10 \left\{ \begin{array}{l} PQ_6 < R + r_6 \\ PQ_6 < R - r_6 \end{array} \right.$$

Apakah yang dapat Anda simpulkan? Bagaimana dengan lingkaran-2 di bawah?



- a. L_1 dan $L_2 \Rightarrow PQ_2 = 5 < R + r_2 = 9$ dan $PQ_2 = 5 = R - r_2 = 5$ (Bersinggungan Dalam)
- b. L_1 dan $L_3 \Rightarrow PQ_3 = 7 < R + r_3 = 10$ dan $PQ_3 = 7 > R - r_3 = 4$ (Bepotongan)
- c. L_1 dan $L_4 \Rightarrow PQ_4 = 9 = R + r_4 = 9$ dan $PQ_4 = 9 > R - r_4 = 5$ (Bersinggungan Luar)
- d. L_1 dan $L_5 \Rightarrow PQ_5 = 10 > R + r_5 = 8$ dan $PQ_5 = 10 > R - r_5 = 6$ (Saling Asing Luar)
- e. L_1 dan $L_6 \Rightarrow PQ_6 = 5 < R + r_6 = 8$ dan $PQ_6 = 5 < R - r_6 = 6$ (Saling Asing Dalam)

Tambahan:

Sumber lain yang kami dapatkan, menuliskan bahwa:

Jika $R - r < PQ < R$ atau $R < PQ < R + r$ maka kedua lingkaran berpotongan.

Apakah PQ tidak boleh sama dengan R ?

Silakan cek pada lingkaran berikut:

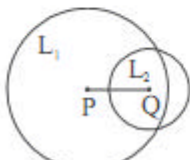
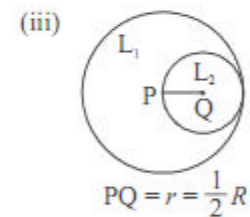
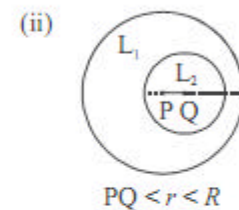
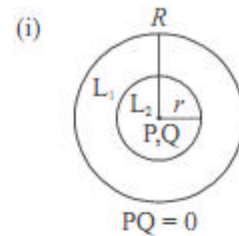
Lingkaran 1 dengan pusat $P (0,0)$ dan jari-jari $R = 6$. Lingkaran 2 dengan pusat $Q (6, 0)$ dan jari-jari $r = 4$. Bagaimanakah hubungan kedua lingkaran tersebut?

Keduanya berpotongan dan $PQ = R$.

Ada pula buku yang menggambarkan:

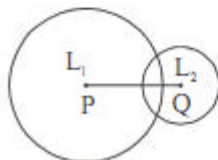
Jika terdapat dua lingkaran masing-masing lingkaran L_1 berpusat di P dengan jari-jari R dan lingkaran L_2 berpusat di Q dengan jari-jari r di mana $R > r$ maka terdapat beberapa kedudukan lingkaran sebagai berikut.

- (i) L_2 terletak di dalam L_1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$. Dalam hal ini dikatakan L_2 terletak di dalam L_1 dan *konsentris* (setitik pusat).
- (ii) L_2 terletak di dalam L_1 dan $PQ < r < R$. Dalam hal ini dikatakan L_2 terletak di dalam L_1 dan *tidak konsentris*.
- (iii) L_2 terletak di dalam L_1 dan $PQ = r = \frac{1}{2} R$, sehingga L_1 dan L_2 *bersinggungan di dalam*.
- (iv) L_1 berpotongan dengan L_2 dan $r < PQ < R$.
- (v) L_1 berpotongan dengan L_2 dan $r < PQ < R + r$.
- (vi) L_1 terletak di luar L_2 dan $PQ = R + r$, sehingga L_1 dan L_2 *bersinggungan di luar*.
- (vii) L_1 terletak di luar L_2 dan $PQ > R + r$, sehingga L_1 dan L_2 *saling terpisah*.



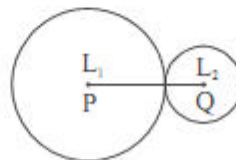
$r < PQ < R$

(iv)



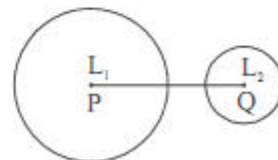
$r < PQ < R + r$

(v)



$PQ = R + r$

(vi)

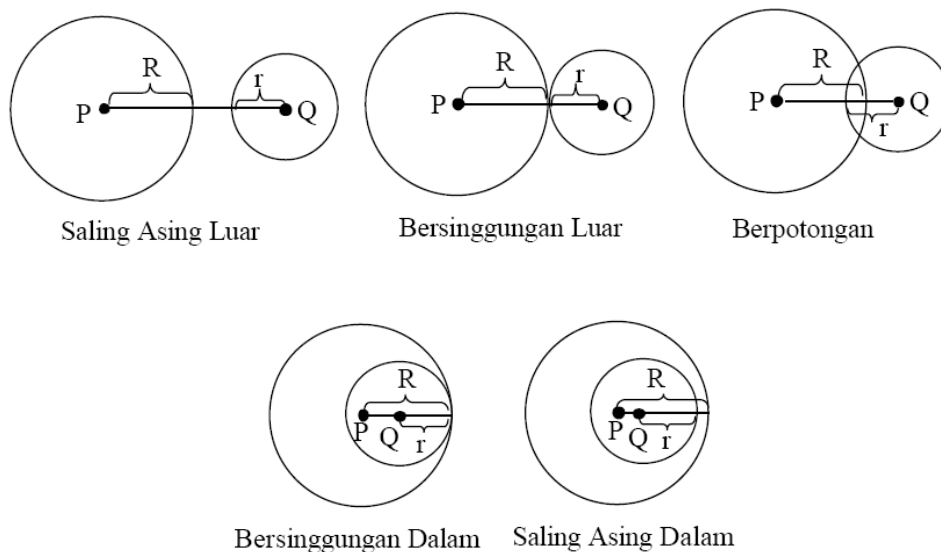


$PQ > R + r$

(vii)

Apa komentar Anda?

Kedudukan Dua Buah Lingkaran adalah:



- 1). Saling asing luar / tidak berpotongan luar, jika $PQ > R + r$
 - 2). Bersinggungan luar, jika $PQ = R + r$
 - 3). Berpotongan, jika $|R - r| < PQ < R + r$
 - 4). Bersinggungan dalam, jika $PQ = |R - r|$
 - 5). Saling asing dalam / tidak berpotongan dalam, jika $PQ < |R - r|$
- Termasuk 2 lingkaran yang sepusat / konsentris, $P = Q$ atau $PQ = 0$, $R \neq r$

Untuk L_1 dg pusat P , jari-jari R dan L_2 dg pusat Q , jari-jari r .

BahanBacaan

- Kangenan, Marthen. 2005. *Cerdas Belajar Matematika XI SMA/MA Program IPA*. Jakarta. Grafindo Media Pratama.
- Kangenan, Marthen. 2014. *Matematika XI SMA/MA Kelas Peminatan*. Bandung. Yrama Widya.
- Departemen Matematika Technos. –tanpatahun-. *Teori Ringkas Matematika*. Surabaya. Litbang LP3T Technos.
- Tampomas, Husein. 2008. *Seribu Pena Matematikakelas XI*. Jakarta: Erlangga
- Bernett Rich, Christoper T. 2009. *Geometry 4th Edition*. Schaum Outline's Series, McGrawHill.
- Kurnia, Novianto,dkk. 2014. *Matematika SMA XI Peminatan MIPA*. Bogor: Yudhistira.
- Aksin, Nur. Muklis. 2014. *PR MatematikaPeminatan MIA*. Klaten: IntanPariwara.
- Nuharini, Dewi. 2008. *Matematika Konsep Dan Aplikasinya, Kelas VIII*. Jakarta: BSE Depdiknas.
- Rahayu, Endah Budi dkk. 2008. *Contextual Teching and Learning Matematika, kelas VIII*. Jakarta: Depdiknas.