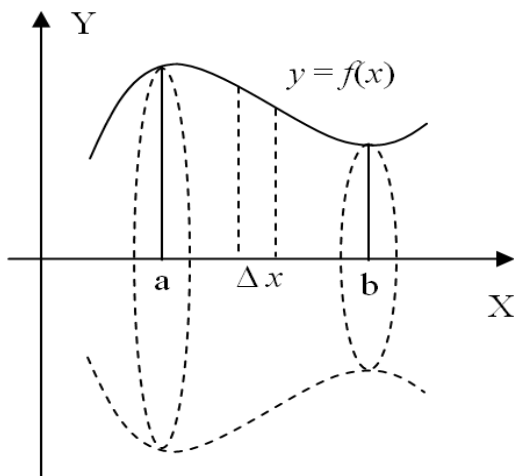


## Integral – Volume Benda Putar

### Volume Benda Putar mengelilingi sumbu-X

Untuk menentukan volume benda putar daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = f(x)$ , sumbu-X, garis  $x = a$  dan garis  $x = b$  diputar mengelilingi sumbu-X sejauh 360 derajat, perhatikan gambar berikut!



Jika lempeng dengan lebar  $\Delta x$  diputar mengelilingi sumbu-X sejauh 360 derajat, volume benda putar yang terbentuk mendekati volume silinder dengan jari-jari  $y$  dan tinggi  $\Delta x$ ,

yaitu

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t \\ &= \pi y^2 \Delta x \end{aligned}$$

Volume seluruhnya adalah  $V = \sum_{i=1}^n \pi y_i^2 \Delta x$ ;  $n = \frac{b-a}{\Delta x}$

Bila  $\Delta x$  cukup kecil sehingga mendekati 0, maka volume menjadi:

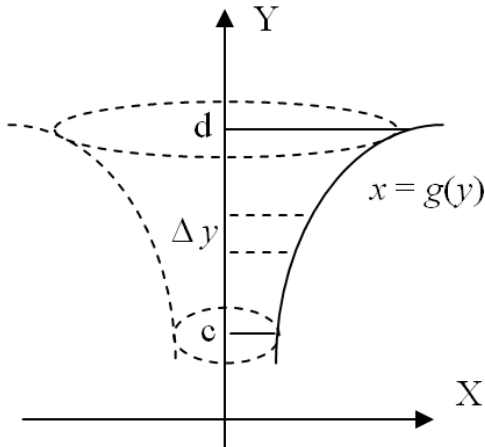
$$\begin{aligned} V &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \pi y_i^2 \Delta x \\ &= \int_a^b \pi y^2 dx \\ &= \pi \int_a^b y^2 dx \end{aligned}$$

Jadi, volume benda putar yang dibatasi kurva, sumbu-X, garis  $x = a$  dan garis  $x = b$  diputar mengelilingi sumbu-X sejauh  $360^\circ$  adalah

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

## Volume Benda Putar mengelilingi sumbu-Y

Dengan cara yang sama, kita bisa menentukan volume benda putar daerah yang dibatasi oleh kurva  $x = g(y)$ , sumbu-Y, garis  $y = c$  dan garis  $y = d$  diputar mengelilingi sumbu-Y sejauh 360 derajat, perhatikan gambar berikut!



Volume benda putar daerah yang dibatasi oleh kurva  $x = g(y)$ , sumbu-Y, garis  $y = c$  dan garis  $y = d$  diputar mengelilingi sumbu-Y sejauh 360 derajat adalah:

$$V = \pi \int_c^d x^2 dy$$

Catatan:

Ubah persamaan kurva  $y = f(x)$  (dalam  $x$ ) menjadi  $x = g(y)$  (dalam  $y$ ).

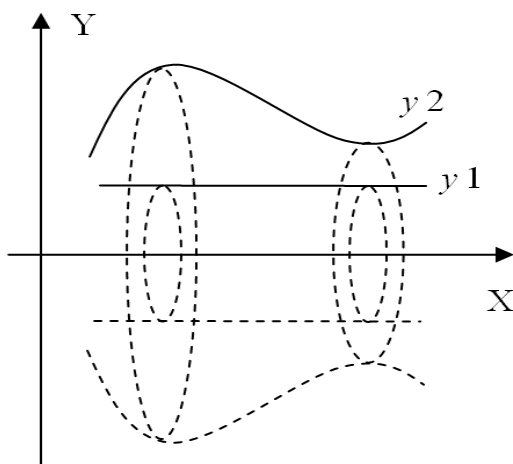
Contoh:

$$y = 2x + 1, \text{ diubah menjadi } x = (y - 1)/2$$

matikzone.com  
ETURGI

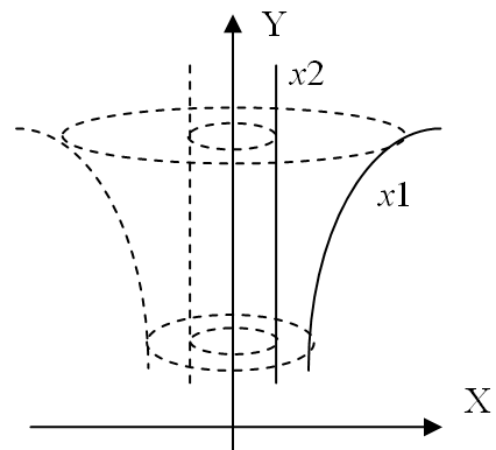
## Volume Benda Putar Diantara 2 Kurva

Volume benda putar yang dibatasi oleh 2 buah kurva adalah:



$$V = V_2 - V_1 = \pi \int_a^b y_2^2 dx - \pi \int_a^b y_1^2 dx$$

$$= \pi \int_a^b (y_2^2 - y_1^2) dx$$



$$V = V_2 - V_1 = \pi \int_c^d x_2^2 dy - \pi \int_c^d x_1^2 dy$$

$$= \pi \int_c^d (x_2^2 - x_1^2) dy$$