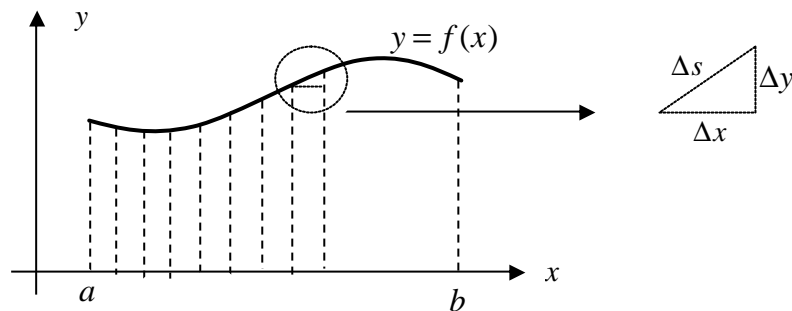


Integral - Panjang Kurva

Perhatikan gambar.

Diketahui suatu kurva $y = f(x)$ pada interval $[a, b]$. Fungsi tersebut kontinu di setiap titik dan turunannya $f'(x)$ juga kontinu.



Misalkan panjang kurva pada interval $[a, b]$ adalah S , maka

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2} = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2} = \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2} \Delta x_i.$$

Bila Δx sangat kecil sehingga mendekati 0, maka panjang kurva menjadi,

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2} \Delta x_i = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Jadi, panjang kurva $y = f(x)$ pada interval $[a, b]$ adalah:

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \\ &= \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \end{aligned}$$