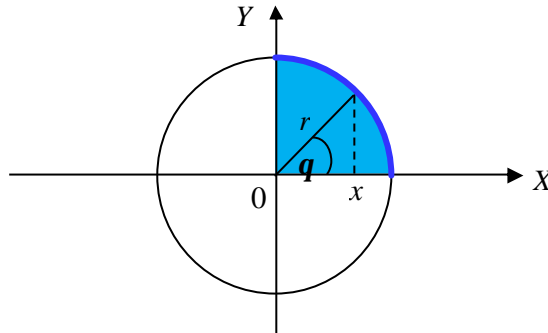


## Integral – Luas Lingkaran 2

Perhatikan gambar.

Diketahui persamaan suatu lingkaran  $x^2 + y^2 = r^2$  atau  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$  untuk  $y$  positif.



Luas lingkaran adalah 4 kali luas juring lingkaran berwarna biru, pada interval  $[0, r]$ . Sehingga kita peroleh,

$$L = 4 \int_a^b y \, dx = 4 \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx$$

Misalkan diketahui  $x = r \sin q$  dan  $dx = r \cos q \, dq$

Batas interval:  $x = 0 \Rightarrow 0 = r \sin q \Rightarrow \sin q = 0 \Rightarrow q = 0$

$$x = r \Rightarrow r = r \sin q \Rightarrow \sin q = 1 \Rightarrow q = \frac{p}{2}$$

Maka luas lingkaran menjadi,

$$\begin{aligned} L &= 4 \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx \\ &= 4 \int_0^{\frac{p}{2}} \sqrt{r^2 - r^2 \sin^2 q} \cdot r \cos q \, dq = 4 \int_0^{\frac{p}{2}} \sqrt{r^2 (1 - \sin^2 q)} \cdot r \cos q \, dq \\ &= 4 \int_0^{\frac{p}{2}} \sqrt{r^2 \cos^2 q} \cdot r \cos q \, dq = 4 \int_0^{\frac{p}{2}} r^2 \cos^2 q \, dq = 4r^2 \int_0^{\frac{p}{2}} \cos^2 q \, dq = 4r^2 \left[ \frac{q}{2} + \frac{1}{4} \sin 2q \right]_0^{\frac{p}{2}} \\ &= 4r^2 \left[ \frac{p}{4} + \frac{1}{4} \sin p - \frac{0}{2} + \frac{1}{4} \sin 0 \right] = 4r^2 \cdot \frac{p}{4} = p r^2 \end{aligned}$$