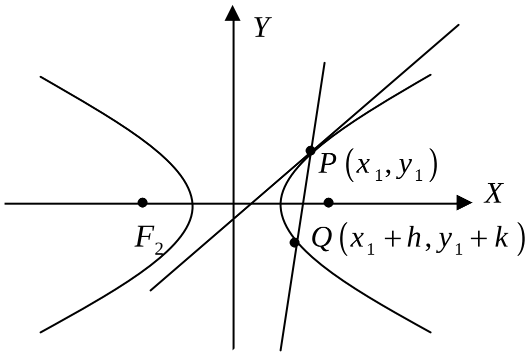
Hiperbola – PGS Melalui Titik Pada Hiperbola



Perhatikan gambar. Titik $P\left(x_1, y_1\right)$ dan $Q\left(x_1+h, y_1+k\right)$ terletak pd hiperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, artinya P dan Q memenuhi persamaan hiperbola.

$$\frac{x_1^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}=1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{\left(x_1+h\right)^2}{a^2}-\frac{\left(y_1+k\right)^2}{b^2}=1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

kurangkan (1) terhadap (2), kita peroleh: $\quad -2b^2hx_1-b^2h^2+2a^2ky_1+k^2a^2=0$

Bentuk tersebut dapat dinyatakan sebagai gradien garis PQ atau sebagai perbandingan k terhadap h, sebagai berikut:

$$\frac{k}{h}=\frac{b^2\left(2x_1+h\right)}{a^2\left(2y_1+k\right)}$$

Jika P makin mendekati Q, maka nilai k dan h mendekati 0, sehingga menjadi:

$$\frac{k}{h}=\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$$

Dengan menggunakan rumus $y-y_1=m\left(x-x_1\right)$, maka diperoleh persamaan:

$$y-y_1=\frac{b^2x_1}{a^2y_1}\left(x-x_1\right)$$

$$a^2y_1y-a^2y_1^2=b^2x_1x-b^2x_1^2$$

$$a^2y_1y-b^2x_1x=a^2y_1^2-b^2x_1^2$$

Oleh karena $a^2y_1^2-b^2x_1^2=a^2b^2$, maka $a^2y_1y-b^2x_1x=a^2b^2$.

Jadi, persamaan garis singgung tersebut adalah:

$$a^2y_1y-b^2x_1x=a^2b^2 \quad \text{atau} \quad \boxed{\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}=1}$$

Demikian juga:

Persamaan garis singgung melalui titik P pada hiperbola yang berpusat di titik (0, 0) dengan titik fokus pada sumbu Y, F_1 (0, c) dan F_2 (0, – c) adalah:

$$\frac{x_1 x}{b^2} - \frac{y_1 y}{a^2} = -1$$

Persamaan garis singgung melalui titik P pada hiperbola yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu X, F_1 ($h + c$, k) dan F_2 ($h - c$, k) adalah:

$$\frac{(x_1 - h)(x - h)}{a^2} - \frac{(y_1 - k)(y - k)}{b^2} = 1$$

Persamaan garis singgung melalui titik P pada hiperbola yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu Y, F_1 (h, $k + c$) dan F_2 (h, $k - c$) adalah:

$$\frac{(x_1 - h)(x - h)}{b^2} - \frac{(y_1 - k)(y - k)}{a^2} = -1$$