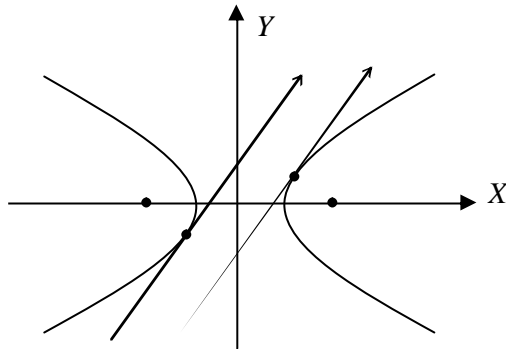


Hiperbola – PGS Hiperbola dengan Gradien m



Perhatikan gambar. Hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ atau $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ dan 2 sebuah garis $y = mx + c$ yang menyinggung hiperbola tersebut. Jika $y = mx + c$ disubstitusikan pada persamaan hiperbola maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 & b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & b^2x^2 - a^2(mx + c)^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & b^2x^2 - a^2m^2x^2 - 2a^2mcx - a^2c^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & (b^2 - a^2m^2)x^2 - 2a^2mcx - (a^2c^2 + a^2b^2) = 0
 \end{aligned}$$

Jk garis y menyinggung hiperbola, mk garis memotong hiperbola di satu titik atau diskriminan dari persamaan sama dengan 0. Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 D &= 4a^4m^2c^2 + 4(b^2 - a^2m^2)(a^2c^2 + a^2b^2) \\
 \Rightarrow & 0 = 4a^4m^2c^2 + 4b^2a^2c^2 + 4a^2b^4 - 4a^4m^2c^2 - 4a^4b^2m^2 \\
 \Rightarrow & 0 = c^2 + b^2 - a^2m^2 \\
 \Rightarrow & c^2 = a^2m^2 - b^2 \\
 \Rightarrow & c = \pm\sqrt{a^2m^2 - b^2}
 \end{aligned}$$

Jadi, PGS hiperbola dengan gradien m adalah:

$$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$$



Demikian juga, dengan cara sama akan diperoleh:

Persamaan garis singgung dengan gradien m pada hiperbola yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan titik fokus pada sumbu Y, $F_1 (0, c)$ dan $F_2 (0, -c)$ adalah:

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 - b^2 m^2}$$

Persamaan garis singgung dengan gradien m pada hiperbola yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu X, $F_1 (h + c, k)$ dan $F_2 (h - c, k)$ adalah:

$$(y - k) = m (x - h) \pm \sqrt{a^2 m^2 - b^2}$$

Persamaan garis singgung dengan gradien m pada hiperbola yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu Y, $F_1 (h, k + c)$ dan $F_2 (h, k - c)$ adalah:

$$(y - k) = m (x - h) \pm \sqrt{a^2 - b^2 m^2}$$

