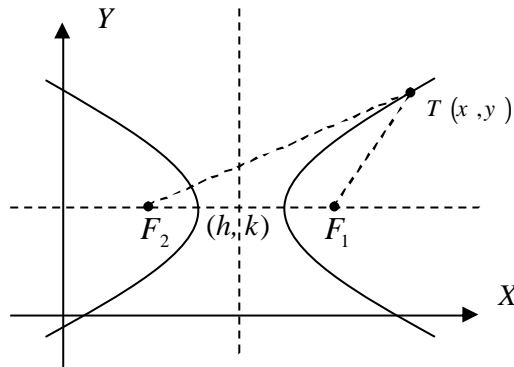


## Hiperbola – Persamaan Hiperbola dengan Pusat di $(h, k)$



Gambar di atas menunjukkan sebuah hiperbola yang berpusat di titik  $(h, k)$ . Titik  $F_1 (h + c, k)$  dan  $F_2 (h - c, k)$  merupakan fokus, sedangkan selisih jarak sembarang titik  $T(x, y)$  ke kedua fokus tersebut sama dengan  $2a$ .

Persamaan hiperbola di atas dapat diperoleh dengan langkah-langkah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 & TF_2 - TF_1 = 2a \\
 \Rightarrow & \sqrt{(x - (h - c))^2 + (y - k)^2} - \sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} = 2a \\
 \Rightarrow & \sqrt{(x - (h - c))^2 + (y - k)^2} = 2a + \sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} \\
 \Rightarrow & x^2 - 2x(h - c) + (h - c)^2 + (y - k)^2 = \\
 & \quad 4a^2 + 4a\sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} + x^2 - 2x(h + c) + (h + c)^2 + (y - k)^2 \\
 \Rightarrow & 4a\sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} = -4a^2 + 4cx - 4ch \\
 \Rightarrow & a\sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} = -a^2 + c(x - h) \\
 \Rightarrow & a^2(x^2 - 2x(h + c) + (h + c)^2 + (y - k)^2) = a^4 - 2a^2c(x - h) + c^2(x - h)^2 \\
 \Rightarrow & a^2x^2 - 2a^2xh + 2a^2xc + a^2h^2 - 2a^2ch + a^2c^2 + a^2(y - k)^2 = a^4 + 2a^2cx - 2a^2ch + c^2(x - h)^2 \\
 \Rightarrow & a^2x^2 - 2a^2xh + a^2h^2 - c^2(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^4 - a^2c^2 \\
 \Rightarrow & a^2(x - h)^2 - c^2(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^4 - a^2c^2 \\
 \Rightarrow & (a^2 - c^2)(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^2(a^2 - c^2)
 \end{aligned}$$

Perlu diketahui bahwa nilai  $(a^2 - c^2)$  negatif, sebab  $c > a$ . Misalkan nilai tetap tersebut kita ganti dengan  $-b^2$  maka persamaan hiperbola tersebut menjadi:

$$\Rightarrow -b^2(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = -a^2b^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

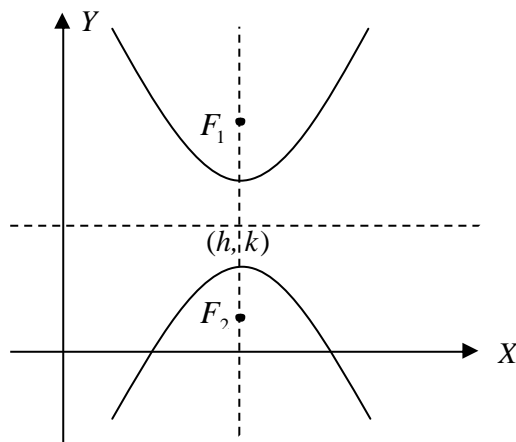
Jadi, persamaan hiperbola yang berpusat di titik  $(h, k)$  dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu X,  $F_1 (h + c, k)$  dan  $F_2 (h - c, k)$  adalah:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

**Dengan cara yang sama kita akan mendapatkan:**

Persamaan hiperbola yang berpusat di titik  $(h, k)$  dengan titik fokus pada sumbu utama yang sejajar dengan sumbu Y,  $F_1 (h, k + c)$  dan  $F_2 (h, k - c)$  adalah:

$$-\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1 \quad \text{atau} \quad \frac{(x - h)^2}{b^2} - \frac{(y - k)^2}{a^2} = -1$$



www.matikzone.com  
28 Mei 2014