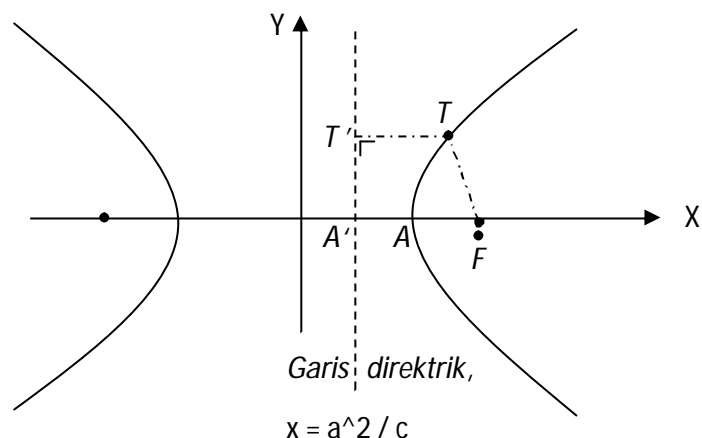


Hiperbola – Eksentrisitas



Eksentrisitas, dinotasikan dengan e adalah rasio antara FT dan TT' , dengan F titik Fokus $(c, 0)$ dan T' pada garis direktrik (Fokus dan garis direktrik tetap).

$$e = \frac{FT}{TT'} = \frac{FA}{AA'}$$

Dengan, $F(c, 0)$, $A(a, 0)$, $A'(a^2/c, 0)$, $T(x, y)$ dan $T'((a^2/c, y)$,

Kita akan mencari e menggunakan $e = \frac{FT}{TT'}$

$$e = \frac{FT}{TT'} = \frac{\sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2}}{\sqrt{\left(x - \frac{a^2}{c}\right)^2 + (y-y)^2}}$$

$$\Rightarrow e^2 = \frac{(x-c)^2 + y^2}{\left(x - \frac{a^2}{c}\right)^2}$$

$$= \frac{(x^2 - 2cx + c^2) + \frac{b^2(x^2 - a^2)}{a^2}}{\left(\frac{cx - a^2}{c}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{a^2(x^2 - 2cx + c^2)}{a^2} + \frac{b^2(x^2 - a^2)}{a^2}}{\frac{(cx - a^2)^2}{c^2}}$$

Mengenai a , b , dan c , silakan buka kembali penurunan rumus persamaan hiperbola

Diketahui:

$$a^2 - c^2 = -b^2 \text{ atau}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ atau}$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

dan

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{b^2(x^2 - a^2)}{a^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{a^2(x^2 - 2cx + c^2) + b^2(x^2 - a^2)}{(cx - a^2)^2} \\
&= \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + b^2x^2 - a^2b^2}{c^2x^2 - 2a^2cx + a^4} \\
&= \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{(c^2 - b^2)x^2 - 2a^2cx + a^2(a^2 + b^2) + b^2x^2 - a^2b^2}{c^2x^2 - 2a^2cx + a^4} \\
&= \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{c^2x^2 - b^2x^2 - 2a^2cx + a^4 + b^2a^2 + b^2x^2 - a^2b^2}{c^2x^2 - 2a^2cx + a^4} \\
&= \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{c^2x^2 - 2a^2cx + a^4}{c^2x^2 - 2a^2cx + a^4} \\
&= \frac{c^2}{a^2} \\
e &= \sqrt{\frac{c^2}{a^2}} = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{c}{a}
\end{aligned}$$

Sekarang kita cari dengan $e = \frac{FA}{AA'}$

$$e = \frac{FA}{AA'} = \frac{c - a}{a - a^2/c} = \frac{c - a}{\frac{ac - a^2}{c}} = \frac{c(c - a)}{ac - a^2} = \frac{c(c - a)}{a(c - a)} = \frac{c}{a}$$

Jadi, nilai e pada hiperbola dirumuskan dengan

$$e = \frac{c}{a}$$

Nilai $e > 1$, ingat, pd hiperbola $a^2 - c^2 = -b^2$ atau $c^2 = a^2 + b^2$ sehingga $c > a$ dan $c > b$)

Bagaimana dengan hiperbola dengan pusat (h, k) ? Coba dicari!