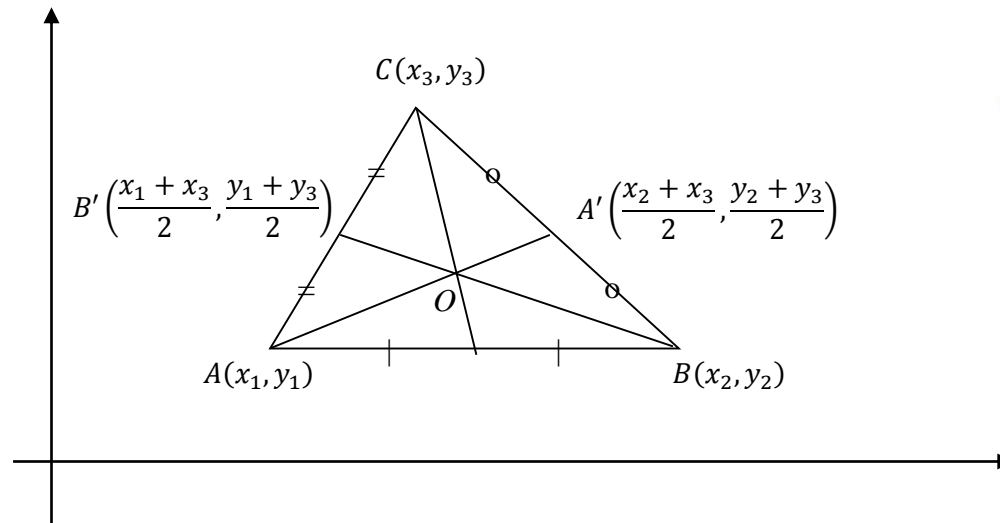


Geometri Koordinat - Koordinat Titik Berat Segitiga



Perhatikan gambar!

Ketiga garis berat suatu segitiga berpotongan di 1 titik, disebut titik berat. Koordinat titik berat dapat kita cari dari titik perpotongan salah 2 garis beratnya. Dalam kesempatan ini, kita akan mencarinya menggunakan garis AA' (garis berat yang melalui titik sudut A) dan garis BB' (garis berat yang melalui titik sudut B).

$$\text{Garis } AA' \equiv \frac{y-y_1}{\frac{y_2+y_3}{2}-y_1} = \frac{x-x_1}{\frac{x_2+x_3}{2}-x_1} \rightarrow \frac{2y-2y_1}{y_2+y_3-2y_1} = \frac{2x-2x_1}{x_2+x_3-2x_1} \rightarrow \frac{y-y_1}{y_2+y_3-2y_1} = \frac{x-x_1}{x_2+x_3-2x_1}$$

$$\rightarrow y = \frac{xy_2 + xy_3 - 2xy_1 - x_1y_2 - x_1y_3 + 2x_1y_1 + x_2y_1 + x_3y_1 - 2x_1y_1}{x_2 + x_3 - 2x_1}$$

$$\text{Garis } BB' \equiv \frac{y-y_2}{\frac{y_1+y_3}{2}-y_2} = \frac{x-x_2}{\frac{x_1+x_3}{2}-x_2} \rightarrow \frac{2y-2y_2}{y_1+y_3-2y_2} = \frac{2x-2x_2}{x_1+x_3-2x_2} \rightarrow \frac{y-y_2}{y_1+y_3-2y_2} = \frac{x-x_2}{x_1+x_3-2x_2}$$

$$\rightarrow y = \frac{xy_1 + xy_3 - 2xy_2 - x_2y_1 - x_2y_3 + 2x_2y_2 + x_1y_2 + x_3y_2 - 2x_2y_2}{x_1 + x_3 - 2x_2}$$

Titik berat adalah titik potong kedua garis, untuk mendapatkan absis titiknya, dapat kita samakan kedua persamaan di atas.

$$\frac{xy_2 + xy_3 - 2xy_1 - x_1y_2 - x_1y_3 + 2x_1y_1 + x_2y_1 + x_3y_1 - 2x_1y_1}{x_2 + x_3 - 2x_1} = \frac{xy_1 + xy_3 - 2xy_2 - x_2y_1 - x_2y_3 + 2x_2y_2 + x_1y_2 + x_3y_2 - 2x_2y_2}{x_1 + x_3 - 2x_2}$$

$$\rightarrow \frac{xy_2 + xy_3 - 2xy_1 - x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_1}{x_2 + x_3 - 2x_1} = \frac{xy_1 + xy_3 - 2xy_2 - x_2y_1 - x_2y_3 + x_1y_2 + x_3y_2}{x_1 + x_3 - 2x_2}$$

Dengan perkalian silang dan penyederhanaan, kita mendapatkan:



$$\begin{aligned}
& 3x(-x_1y_2 + x_1y_3 - x_2y_3 + x_2y_1 - x_3y_1 + x_3y_2) \\
&= (-x_1x_1y_2 + x_1x_2y_1 + x_2x_2y_1 - x_1x_2y_2 + x_1x_1y_3 + x_1x_3y_3 - x_1x_3y_1 - x_3x_3y_1 - x_2x_2y_3 - x_2x_3y_3 + x_2x_3y_2 + x_3x_3y_2) \\
&= (-x_1x_1y_2 - x_1x_2y_2 - x_1x_3y_2 + x_1x_1y_3 + x_1x_2y_3 + x_1x_3y_3 - x_1x_2y_3 - x_2x_3y_3 - x_2x_2y_3 + x_1x_2y_1 + x_2x_2y_1 + x_2x_3y_1 - x_1x_3y_1 - x_2x_3y_1 \\
&\quad - x_3x_3y_1 + x_1x_3y_2 + x_2x_3y_2 + x_3x_3y_2)
\end{aligned}$$

$$3x(-x_1y_2 + x_1y_3 - x_2y_3 + x_2y_1 - x_3y_1 + x_3y_2) = (-x_1y_2 + x_1y_3 - x_2y_3 + x_2y_1 - x_3y_1 + x_3y_2)(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$x = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)}{3}$$

Dengan cara yang sama, dengan menyatakan persamaan garis dalam $x = by + c$, akan kita dapatkan:

$$y = \frac{(y_1 + y_2 + y_3)}{3}$$

Jadi, koordinat titik berat segitiga ABC adalah:

$$O(x, y) = O\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

