FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS

Produk Cartesius :
dari A dan B adalah A x B = { (x,y) | $x \in$ A dan $x \in$ B, A dan B himpunan tak kosong }

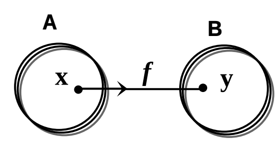
Sifat :
1. A x B $\neq$ B x A
2. Jika n(A) = n_1 dan n(B) = n_2, maka n(A x B) = $n_1 \cdot n_2$

Relasi :
Relasi dari A ke B adalah himpunan bagian dari A x B (R adalah relasi jika R $\subset$ A x B).

Sifat :
Jika n(A) = n_1 dan n(B) = n_2, maka banyak relasi dari A ke B atau dari B ke A ada $2^{n_1 \cdot n_2} - 1$

Fungsi :
Fungsi dari A ke B adalah relasi yang memasangkan setiap elemen A dengan satu elemen B.

Sifat :
Jika n(A) = n_1 dan n(B) = n_2, maka banyak fungsi yang dapat dibuat dari A ke B ada ${n_2}^{n_1}$ fungsi.



Domain, Kodomain dan Range
Fungsi dari A ke B dinotasikan dengan $f : A \to B$
Jika $x \in A$ dan $y \in B$, maka: $f : x \to y$ *atau* $y = f(x)$

Bentuk y = f(x) disebut ***aturan fungsi***. Dalam hal ini x disebut ***variabel bebas*** dan y disebut ***variabel tak bebas***. Dapat pula dikatakan y ***peta (bayangan) dari x***.
Domain (Daerah asal) Fungsi D_f = { x | y terdefinisi }= A
Kodomain (Daerah kawan) adalah K_f = B
Range (Daerah hasil) adalah R_f = { y | y = f(x), $x \in D_f$ }

Operasi Aljabar pada Fungsi
1) Jumlah fungsi f(x) dan g(x) ditulis :
   (f + g) (x) = f(x) + g(x)
2) Selisih fungsi f(x) dengan g(x) ditulis :
   (f – g)(x) = f(x) – g(x)
3) Hasil kali fungsi f(x) dengan konstanta k ditulis :

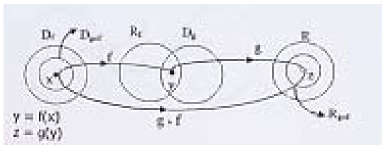
$(k\ f)(x) = k\ f(x)$

4) hasil bagi fungsi f(x) dengan g(x) ditulis :

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

5) Hasil bagi fungsi f(x) dengan g(x) ditulis : $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

6) Perpangkatan fungsi f(x) dengan n ditulis : $f^n(x) = \{f(x)\}^n$



Definisi :

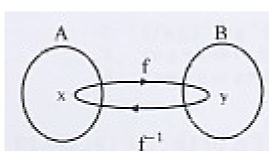
Jika fungsi f dan g memenuhi $R_f \cap Dg \neq \varnothing$ maka komposisi dari g dan f, ditulis g o *f* (berarti f dilanjutkan g) dengan aturan : g o *f* (x) = g(*f* (x)).

$$\begin{array}{ll} \text{Domain} : & D_{g\circ f} = \{x \mid f(x) \in D_g\} \subset D_f \\ \text{Range} : & R_{g\circ f} = \{z \mid z = g(R_f \cap D_g)\} \subset R_g \end{array}$$

Sifat:

1. Tidak komutatif: *f* o g ≠ g o *f*
2. Assosiatif: (*f* o g) o h = *f* o (g o h)
3. Terdapat unsur identitas yaitu fungsi I(x) = x sehingga f o I = I o f = I

Fungsi Invers



Definisi :

Jika fungsi $f : A \to B$ diitentukan dengan aturan y = f(x), maka invers dari f adalah $f^{-1} : B \to A$ dengan aturan $x = f^{-1}(y)$.

f^{-1} bisa berupa fungsi atau relasi (bukan fungsi) Dalam hal f^{-1} berupa fungsi maka f^{-1} dinamakan ***fungsi invers***

f^{-1} bisa berupa fungsi atau relasi (bukan fungsi) Dalam hal f^{-1} berupa fungsi maka f^{-1} dinamakan ***fungsi invers***

Teorema:

1. Fungsi f^{-1} merupakan fungsi bijektif (satu-satu kepada)
2. Grafik fungsi $f(x)$ dengan $f^{-1}(x)$ simetris terhadap garis $y = x$

Sifat :

1. $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
2. $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
3. $f \circ g = h \Rightarrow f = h \circ g^{-1}$
4. $f \circ g = h \Rightarrow g = f^{-1} \circ h$