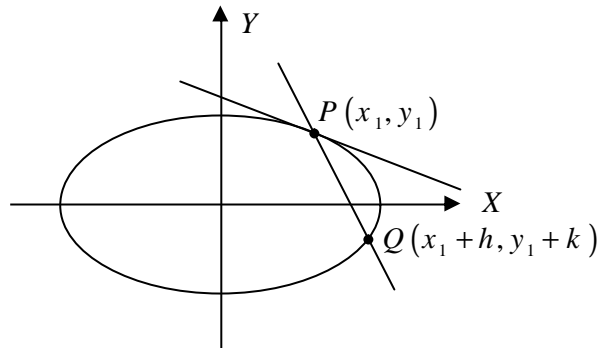


Elips – PGS Melalui Titik Pada Elips



Perhatikan gambar di atas. Titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_1 + h, y_1 + k)$ terletak pada elips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, artinya P dan Q memenuhi persamaan elips.

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{(x_1 + h)^2}{a^2} + \frac{(y_1 + k)^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

kurangkan (1) terhadap (2), kita peroleh: $2b^2hx_1 + b^2h^2 + 2a^2ky_1 + k^2a^2 = 0$

Bentuk tersebut dapat dinyatakan sebagai gradien garis PQ atau sebagai perbandingan k terhadap h , sebagai berikut:

$$\frac{k}{h} = -\frac{b^2(2x_1 + h)}{a^2(2y_1 + k)}$$

Jika P makin mendekati Q , maka nilai k dan h mendekati 0, sehingga menjadi:

$$\frac{k}{h} = -\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$$

Dengan menggunakan rumus $y - y_1 = m(x - x_1)$, maka diperoleh persamaan:

$$y - y_1 = -\frac{b^2x_1}{a^2y_1}(x - x_1)$$

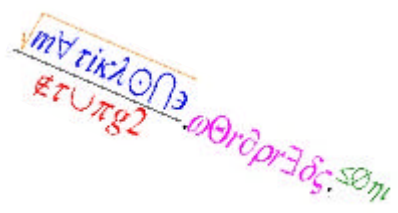
$$a^2y_1y - a^2y_1^2 = -b^2x_1x + b^2x_1^2$$

$$a^2y_1y + b^2x_1x = a^2y_1^2 + b^2x_1^2$$

Oleh karena $a^2y_1^2 + b^2x_1^2 = a^2b^2$, maka $a^2y_1y + b^2x_1x = a^2b^2$.

Jadi, persamaan garis singgung tersebut adalah:

$$a^2y_1y + b^2x_1x = a^2b^2 \quad \text{atau} \quad \boxed{\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1}$$



Demikian juga:

Persamaan garis singgung melalui titik P pada elips yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan titik fokus pada sumbu Y, $F_1(0, c)$ dan $F_2(0, -c)$ adalah:

$$\frac{x_1x}{b^2} + \frac{y_1y}{a^2} = 1$$

Persamaan garis singgung melalui titik P pada elips yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu mayor yang sejajar dengan sumbu X, $F_1(h + c, k)$ dan $F_2(h - c, k)$ adalah:

$$\frac{(x_1 - h)(x - h)}{a^2} + \frac{(y_1 - k)(y - k)}{b^2} = 1$$

Persamaan garis singgung melalui titik P pada elips yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu mayor yang sejajar dengan sumbu Y, $F_1(h, k + c)$ dan $F_2(h, k - c)$ adalah:

$$\frac{(x_1 - h)(x - h)}{b^2} + \frac{(y_1 - k)(y - k)}{a^2} = 1$$

Catatan:

Sumbu mayor adalah sumbu simetri elips yang panjang dimana titik fokus berada

