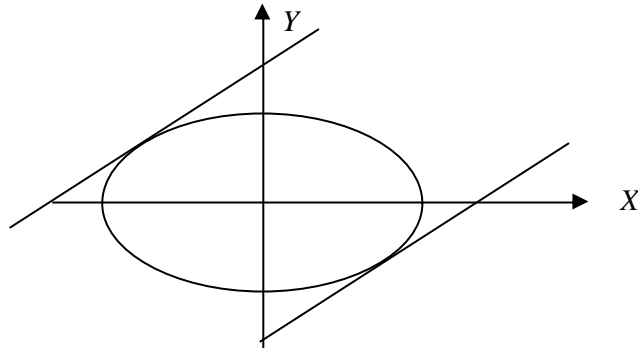


Elips – PGS Elips dengan Gradien m



Perhatikan gambar di atas. Elips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ atau $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ dan sebuah garis $y = mx + c$ yang menyinggung elips tersebut. Jika $y = mx + c$ disubstitusikan pada persamaan elips maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 & b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & b^2x^2 + a^2(mx + c)^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & b^2x^2 + a^2m^2x^2 + 2a^2mcx + a^2c^2 = a^2b^2 \\
 \Rightarrow & (b^2 + a^2m^2)x^2 + 2a^2mcx + (a^2c^2 - a^2b^2) = 0
 \end{aligned}$$

Jika garis y menyinggung elips, maka garis memotong elips di satu titik atau diskriminan dari persamaan sama dengan 0. Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 D &= 4a^4m^2c^2 - 4(b^2 + a^2m^2)(a^2c^2 - a^2b^2) \\
 \Rightarrow & 0 = 4a^4m^2c^2 - 4b^2a^2c^2 + 4a^2b^4 - 4a^4m^2c^2 + 4a^4b^2m^2 \\
 \Rightarrow & 0 = -c^2 + b^2 + a^2m^2 \\
 \Rightarrow & c^2 = b^2 + a^2m^2 \\
 \Rightarrow & c = \pm\sqrt{b^2 + a^2m^2}
 \end{aligned}$$

Jadi, PGS elips dengan gradien m adalah:

$$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$$

Demikian juga, dengan cara yang sama :

Persamaan garis singgung elips dengan gradien m pada elips yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan titik fokus pada sumbu Y, $F_1 (0, c)$ dan $F_2 (0, -c)$ adalah:

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 + b^2 m^2}$$

Persamaan garis singgung elips dengan gradien m pada elips yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu mayor yang sejajar dengan sumbu X, $F_1 (h + c, k)$ dan $F_2 (h - c, k)$ adalah:

$$(y - k) = m (x - h) \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

Persamaan garis singgung elips dengan gradien m elips yang berpusat di titik (h, k) dengan titik fokus pada sumbu mayor yang sejajar dengan sumbu Y, $F_1 (h, k + c)$ dan $F_2 (h, k - c)$ adalah:

$$(y - k) = m (x - h) \pm \sqrt{a^2 + b^2 m^2}$$

Catatan:

Sumbu mayor adalah sumbu simetri elips yang panjang dimana titik fokus berada

