

Turunan (Nilai Maksimum dan Minimum) Dalam Cerita

Soal 1:

Selembar kertas berbentuk persegi berukuran 30 cm akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi kecil pada keempat ujungnya. Dengan melipat sisa sisi tersebut akan terbentuk kotak. Hitung volume maksimum kotak tersebut.

Jawab:

Perhatikan gambar..

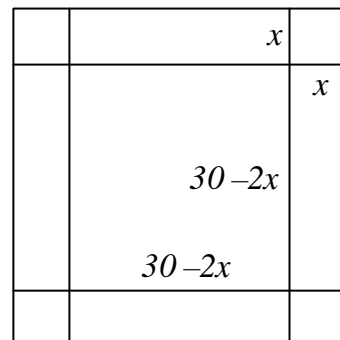
$$V = (30 - 2x)(30 - 2x)x$$

$$= 900x - 120x^2 + 4x^3$$

$$V' = 900 - 240x + 12x^2$$

$$= 12x^2 - 240x + 900$$

$$V'' = 24x - 240$$



$$\text{syarat stasioner } V' = 0 \Rightarrow 12x^2 - 240x + 900 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 75 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 15)(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ atau } x = 5$$

Cek jenis stasioner dengan turunan kedua:

$$x = 15 \Rightarrow V'' = 24 \cdot 15 - 240 = 360 - 240 = 120 \text{ (TB Minimum)}$$

$$x = 5 \Rightarrow V'' = 24 \cdot 5 - 240 = 120 - 240 = -120 \text{ (TB Maksimum)}$$

Kotak akan mempunyai volume maksimum jika ujung-ujung kotak dipotong persegi dengan ukuran sisi 5 cm. Sehingga, ukuran alas (persegi) adalah 20 cm dan tinggi 5 cm,

$$V = 900 \cdot 5 - 120 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 = 4500 - 3000 + 500 = 2000$$

atau

$$V = L_A \cdot t = 20^2 \cdot 5 = 400 \cdot 5 = 2000$$

Jadi, volume maksimum kotak adalah 2000 cm kubik.

matikzone@gmail.com

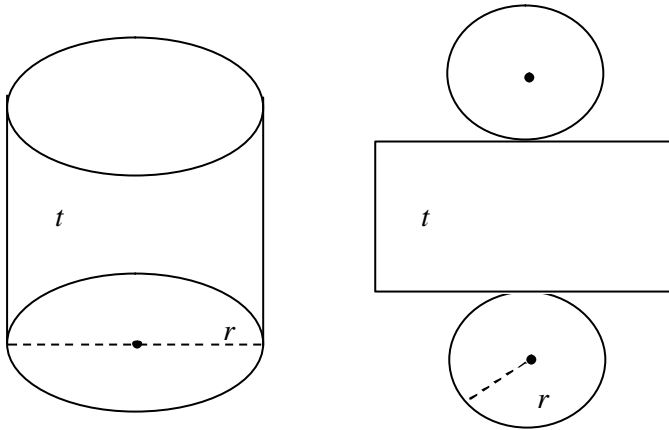
www.matikzone.wordpress.com

September 2013

Soal 2:

Sebuah perusahaan minyak akan membuat kemasan produknya dalam bentuk kaleng. Tentukan ukuran kaleng agar bahan yang diperlukan sesedikit mungkin (untuk menekan biaya produksi), jika volume yang diinginkan 169,56 liter.

Jawab:



2πr t + 2πr²
 169,56 L = 169.560 cm³

Keterangan:
 r = jari-jari alas
 t = tinggi

* $1L = 1000 \text{ cm}^3 \Rightarrow 169,56 L = 169.560 \text{ cm}^3$

* $V = L_A \cdot t = \pi r^2 t \Rightarrow 169.560 = \pi r^2 t$

$$\Rightarrow t = \frac{169.560}{\pi r^2}$$

Diinginkan bahan kaleng sesedikit mungkin artinya mencari luas selimut kaleng minimum, sehingga

$$L = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r t = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{169.560}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + 339.120 r^{-1}$$

$$L' = 4\pi r - 339120 r^{-2} = \frac{4\pi r^3 - 339.120}{r^2}$$

syarat stasioner, $L' = 0 \Rightarrow \frac{4\pi r^3 - 339.120}{r^2} = 0$

$$\Rightarrow 4\pi r^3 - 339.120 = 0$$

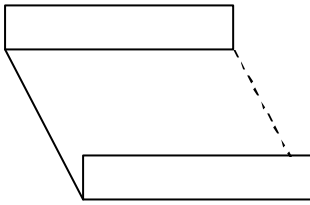
$$\Rightarrow r^3 = \frac{339.120}{4\pi} = 27.000$$

$$\Rightarrow r = 30$$

$$r = 30 \Rightarrow t = \frac{169.560}{\pi \cdot 30} = 60 \quad (\pi = 3,14)$$

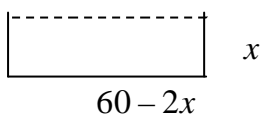
Jadi, ukuran kaleng agar bahan kaleng sesedikit mungkin adalah kaleng dengan jari-jari 30 cm dan tinggi 60 cm.

Soal 3:



Gambar di samping menunjukkan talang air yang penampangnya berbentuk persegi panjang. Talang tersebut dibuat dari seng yang lebarnya 60 cm. Tentukan ukuran penampang talang agar dapat mengalirkan air sebanyak-banyaknya.

Jawab:



Semakin luas penampang talang maka semakin banyak pula air yang dapat ditampungnya.

Luas penampang talang adalah:

$$L = (60 - 2x) \cdot x = 60x - 2x^2$$

$$L' = 60 - 4x$$

$$L'' = -4$$

$$\begin{aligned} \text{syarat stasioner, } L' = 0 &\Rightarrow 60 - 4x = 0 \\ &\Rightarrow 4x = 60 \\ &\Rightarrow x = 15 \end{aligned}$$

karena $L'' = -4$, maka pada $x = 15$ titik stasionernya adalah Maksimum.

Dengan demikian, agar talang dapat menampung air sebanyak-banyaknya, ukuran penampang talang haruslah lebarnya 30 cm dan tinggi 15 cm.

matikzone@gmail.com
www.matikzone.wordpress.com
September 2013