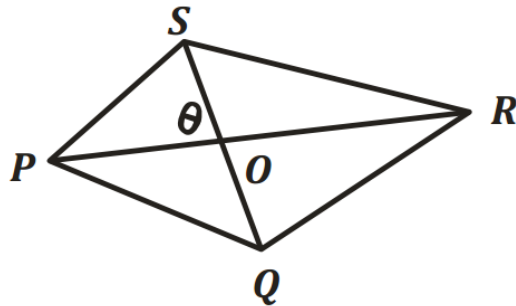


Luas Segiempat

Perhatikan segiempat **PQRS** berikut.



Akan dibuktikan, jika $\angle POS = \theta$, maka luas segiempat PQRS adalah

$$L_{PQRS} = \frac{1}{2} PR \cdot QS \cdot \sin \theta$$

Perhatikan segitiga *PRS*, luas segitiga *PRS* sama dengan luas segitiga *POS* ditambah dengan luas segitiga *ROS*.

Mencari luas segitiga POS.

Dengan rumus luas segitiga (diketahui dua sisi dan satu sudut) terhadap sudut θ diperoleh

$$L_{\Delta POS} = \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OS \cdot \sin \theta$$

Selanjutnya mencari luas segitiga ROS. Perhatikan bahwa sudut *POS* dan sudut ROS saling berpelurus, maka

$$\angle ROS = (180^\circ - \theta)$$

Dengan rumus luas segitiga (diketahui dua sisi dan satu sudut) terhadap sudut **ROS**, diperoleh

$$L_{\Delta ROS} = \frac{1}{2} \cdot SO \cdot OR \cdot \sin \angle ROS$$

$$= \frac{1}{2} \cdot SO \cdot OR \cdot \sin(180^\circ - \theta)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot SO \cdot OR \cdot \sin \theta$$

Jadi,

$$\begin{aligned}L_{\Delta PRS} &= L_{\Delta POS} + L_{\Delta ROS} \\&= \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OS \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot SO \cdot OR \cdot \sin \theta \\&= \frac{1}{2} \cdot (PO + OR) \cdot SO \cdot \sin \theta\end{aligned}$$

Ingat, bahwa $PO + OR = PR$, sehingga diperoleh

$$L_{\Delta PRS} = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot SO \cdot \sin \theta$$

Selanjutnya perhatikan segitiga PQR .

Luas segitiga PQR sama dengan luas segitiga POQ ditambah dengan luas segitiga QOS .

Mencari luas segitiga POQ .

Perhatikan bahwa sudut POQ dan sudut ROS saling bertolak belakang, akibatnya

$$\angle POQ = \angle ROS = (180^\circ - \theta)$$

Dengan rumus luas segitiga (diketahui dua sisi dan satu sudut) terhadap sudut POQ , diperoleh

$$\begin{aligned}L_{\Delta POQ} &= \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OQ \cdot \sin \angle POQ \\&= \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OQ \cdot \sin(180^\circ - \theta) \\&= \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OQ \cdot \sin \theta\end{aligned}$$

Mencari luas segitiga QOR .

Perhatikan bahwa sudut QOR dan sudut POS saling bertolak belakang, akibatnya

$$\angle QOR = \theta$$

Dengan rumus luas segitiga (diketahui dua sisi dan satu sudut) terhadap sudut QOR , diperoleh

$$\begin{aligned}L_{\Delta QOR} &= \frac{1}{2} \cdot QO \cdot OR \cdot \sin \angle QOR \\&= \frac{1}{2} \cdot QO \cdot OR \cdot \sin \theta\end{aligned}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}L_{\Delta QOR} &= L_{\Delta POQ} + L_{\Delta QOR} \\&= \frac{1}{2} \cdot PO \cdot OQ \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot QO \cdot OR \cdot \sin \theta \\&= \frac{1}{2} \cdot (PO + OR) \cdot OQ \cdot \sin \theta\end{aligned}$$

Ingat, bahwa $PO + OR = PR$, sehingga diperoleh

$$L_{\Delta PQR} = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot OQ \cdot \sin \theta$$

Selanjutnya, perhatikan bahwa luas segiempat PQRS sama dengan luas segitiga PRS ditambah dengan luas segitiga PQR.

$$\begin{aligned}L_{PQRS} &= L_{\Delta PRS} + L_{\Delta PQR} \\&= \frac{1}{2} \cdot PR \cdot SO \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot PR \cdot OQ \cdot \sin \theta \\&= \frac{1}{2} \cdot PR \cdot (SO + OQ) \cdot \sin \theta\end{aligned}$$

Diperhatikan bahwa $SQ = SO + OQ$, jadi

$$L_{PQRS} = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot SQ \cdot \sin \theta$$

