

Barisan dan Deret – Deret Ganjil Unik

Diketahui:

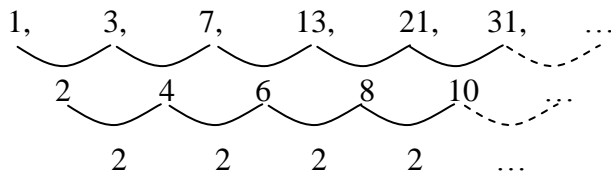
$$\begin{aligned}
 1 &= 1 \\
 3+5 &= 8 \\
 7+9+11 &= 27 \\
 13+15+17+19 &= 64 \\
 21+23+25+27+29 &= 125 \quad \text{dst...}
 \end{aligned}$$

Dari jumlah deretnya kita bisa menuliskannya kembali sebagai:

$$\begin{aligned}
 \text{Baris ke-1: } 1 &= 1=1^3 \\
 \text{Baris ke-2: } 3+5 &= 8=2^3 \\
 \text{Baris ke-3: } 7+9+11 &= 27=3^3 \\
 \text{Baris ke-4: } 13+15+17+19 &= 64=4^3 \\
 \text{Baris ke-5: } 21+23+25+27+29 &= 125=5^3 \\
 \text{dst...}
 \end{aligned}$$

$$\text{Baris ke-} k : (k^2 - k + 1) + (k^2 - k + 3) + \dots + (k^2 + k - 1) = k^3$$

Perhatikan barisan dari suku pertama masing-masing baris:



Merupakan barisan bertingkat 2, sehingga bisa kita misalkan $a_k = pk^2 + qk + r$, diperoleh SPLTV (Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel):

$$a_1 = p + q + r = 1$$

$$a_2 = 4p + 2q + r = 3$$

$$a_3 = 9p + 3q + r = 7$$

Setelah kita selesaikan SPLTV tersebut, dengan Substitusi/Eliminasi ataupun bantuan IT, diperoleh: $p = 1, q = -1, \text{ dan } r = 1$

Dengan a_k adalah suku pertama baris ke k , kita dapatkan

$$a_k = k^2 - k + 1$$

Dengan cara yang sama, dengan mengambil suku-suku terakhir dari masing-masing baris, kita akan mendapatkan nilai dari suku terakhir baris ke- k adalah

$$U_k = k^2 + k - 1$$

Untuk suku kedua hingga suku sebelum suku terakhir, kita tinggal menambahkan suku pertama dengan 2, dan seterusnya. Karena jelas deret bilangan ganjil punya beda 2.

Contoh:

Tentukan deret pada baris ke 20 dan jumlahnya jika diketahui,

$$1 = 1$$

$$3 + 5 = 8$$

$$7 + 9 + 11 = 27$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 \quad \text{dst...}$$



Jawab:

$$a_{20} + \dots + U_{20} = 20^3 \Rightarrow (20^2 - 20 + 1) + (20^2 - 20 + 3) + \dots + (20^2 + 20 - 1) = 20^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{381 + 383 + \dots + 419}_{20 \text{ SUKU}} = 20^3$$