

## ALJABAR

1. Tentukan  $\frac{yz + zx + xy}{x^2 + y^2 + 3z^2}$  jika  $\frac{x + 2y}{6} = \frac{2y + 3z}{10} = \frac{3z + x}{8}$ .

2. Tentukan nilai  $x, y, z$  real yang memenuhi

$$\frac{xy}{x + y} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{yz}{y + z} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{xz}{x + z} = \frac{1}{7}$$

3. Tentukan jumlah dari

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2007}$$

4. Hitung  $\sum_{k=1}^n k!(k^2 + k + 1)$ .

5. Tentukan nilai dari  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  jika diketahui

$$\frac{1}{xy} + x + y = 11$$

$$x^2 y^2 (x + y)^2 = 61x^2 y^2 - 1$$

6. Tentukan  $x, y, z$  real yang memenuhi

$$x^2 + 2yz = x$$

$$y^2 + 2xz = y$$

$$z^2 + 2xy = z$$

7. Jika diketahui  $x, y, z, t$  adalah bilangan real yang tidak sama dengan nol dan

$$x + y + z = t$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{t}$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 1000^3$$

Tentukan  $x + y + z + t$ .

8. Tentukan nilai  $x, y$  real yang memenuhi

$$y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x$$

$$x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y$$

9. Tiga bilangan  $x, y, z$  memenuhi

$$x^2 + xy + \frac{y^3}{3} = 25$$

$$\frac{y^2}{3} + z^2 = 9$$

$$z^2 + zx + x^2 = 16$$

Tentukan nilai dari  $xy + 2yz + 3xz$ .

10. Jika  $a$  dan  $b$  adalah akar persamaan  $x^2 - x + 1 = 0$ , buktikan bahwa  $ab$  adalah akar dari persamaan  $x^3 + x^2 - 1 = 0$ .
11. Jika  $x^2 - x - 1$  adalah akar dari  $px^{17} + qx^{16} + 1 = 0$  tentukan nilai  $p$ .
12. Buktikan bahwa jika  $a, b, c$  real dan  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  maka
$$-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$$
13. Buktikan bahwa  $(1 + \frac{1}{n})^n < (1 + \frac{1}{n+1})^{n+1}$ .
14. Buktikan bahwa  $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9997} + \sqrt{9999}} > 24$ .
15. Misalkan  $a_1, a_2, \dots, a_n$  dan  $b_1, b_2, \dots, b_n$  adalah bilangan real positif yang memenuhi  $a_1 a_2 \dots a_n = b_1 b_2 \dots b_n$ . Buktikan bahwa
$$\frac{(a_1 b_1 + 1)(a_2 b_2 + 1) \dots (a_n b_n + 1)}{b_1 b_2 \dots b_n} \geq 2^n$$