

**DOKUMEN NEGARA**  
**SANGAT RAHASIA**



Matematika SMA/MA IPA

# PEMBAHASAN UJIAN NASIONAL

TAHUN PELAJARAN 2013/2014

Paket Soal 2

**SMA/MA**  
PROGRAM STUDI  
IPA

**MATEMATIKA**

Selasa, 15 April 2014 (07.30 – 09.30)

Oleh:

**Pak Anang**

<http://pak-anang.blogspot.com>



PUSPENDIK  
BALITBANG



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN

**MATA PELAJARAN**

Mata Pelajaran : Matematika  
Jenjang : SMA/MA  
Program Studi : IPA

**WAKTU PELAKSANAAN**

Hari/Tanggal : Selasa, 15 April 2014  
Jam : 07.30 – 09.30

**PETUNJUK UMUM**

1. Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi :
  - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
  - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
  - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
  - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada kolom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
  - a. Nama Peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
  - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya
  - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Soal secara hati-hati.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal dan halaman kosong boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

**SELAMAT MENGERJAKAN**

Kerjakan dengan jujur, karena kejujuran adalah cermin kepribadian.



Nama : **Pak Anang**  
No Peserta : <http://pak-anang.blogspot.com>

**LOGIKA PRAKTIS:** 1. Bentuk sederhana dari  $\frac{9}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \dots$   
Apabila pembilang hanya bilangan tunggal, dan penyebut berbentuk penjumlahan atau pengurangan bentuk akar, maka perbandingan koefisien dari bentuk akar pada jawaban pasti serupa dengan perbandingan koefisien akar dari sekawan penyebut!. Oke, lihat perbandingan di soal adalah 2 : 1, maka yang jawabannya 2 : 1 ada di jawaban A(6 : 3) dan E(18 : 9).  
Jadi jawaban yang mungkin benar pasti A atau E!

Ingat sekawan (a-b) adalah (a+b)

Perbandingannya 2 : 1, iya kan? Coba, mana yang perbandingannya juga 2 : 1. Nah ini dia!!!!

A.  $6\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$  (Correct)

B.  $9\sqrt{2} + 9\sqrt{5}$  (Incorrect)

C.  $12\sqrt{2} + \sqrt{5}$  (Incorrect)

D.  $18\sqrt{2} + \sqrt{5}$  (Incorrect)

E.  $18\sqrt{2} + 9\sqrt{5}$  (Incorrect)

**Cara Biasa: (Rasionalisasi Bentuk Akar)**

$$\frac{9}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{9}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} \times \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{9(2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{8-5} = \frac{9}{3}(2\sqrt{2}+\sqrt{5}) = 3(2\sqrt{2}+\sqrt{5}) = 6\sqrt{2}+3\sqrt{5}$$

**LOGIKA PRAKTIS:** 2. Bentuk sederhana dari  $\left(\frac{3a^{-2}b^1c^4}{15a^3b^{-5}c^{-2}}\right)^{-1}$  adalah ....

Ingat sifat-sifat eksponen:  
 $a^{-1} = \frac{1}{a} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)$   
 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Sekarang fokuslah pada hal yang penting saja, yaitu

- Bentuk sederhana  $\frac{3}{15}$  kan  $\frac{1}{5}$ ?? Nah, karena pangkatnya -1, maka dibalik menjadi 5. Sehingga angka 5 berada di atas. Jadi jawaban B, C, E pasti SALAH!
- Pangkat b saling dikurangi, sehingga  $3 - (-5) = 8$ . Jadi, pangkat b adalah 8.

Jawaban yang memenuhi hanya jawaban D, jawabannya pasti D!

Jawaban A dan D yang membedakan hanya pangkat B-nya saja!!!! Jadi cek selisih pangkatnya B aja ya!!!

A.  $\frac{5a^5}{b^2c^6}$  (Correct)

B.  $\frac{a^5b^2}{5c^6}$  (Incorrect)

C.  $\frac{5a^5}{5a^5b^2}$  (Incorrect)

D.  $\frac{5a^5}{b^8c^6}$  (Correct)

E.  $\frac{a^5}{5b^8c^2}$  (Incorrect)

**Cara Biasa: (Bentuk Pangkat)**

$$\left(\frac{3a^{-2}b^3c^4}{15a^3b^{-5}c^{-2}}\right)^{-1} = \frac{15a^3b^{-5}c^{-2}}{3a^{-2}b^3c^4} = 5a^{3-(-2)}b^{-5-3}c^{-2-4} = 5a^5b^{-8}c^{-6} = \frac{5a^5}{b^8c^6}$$

**LOGIKA PRAKTIS:** 3. Hasil dari  $\frac{\sqrt{2} \log 4 - {}^5\log 8 \cdot {}^2\log 25}{{}^8\log 14 - {}^8\log 7} = \dots$

Ingat sifat-sifat logaritma:

- $a \log b^n = n \cdot a \log b$
- $a^n \log b = \frac{1}{n} \cdot a \log b$
- $a \log b^{-b} \log c = a \log c$
- $a \log b - a \log c = a \log \left(\frac{b}{c}\right)$

**TRIK SUPERKILAT:**

- basis dan numerus boleh dikuadratkan nilai logaritma tetap
- bentuk perkalian logaritma numerus boleh saling ditukar gak masalah, gpp kok!
- ${}^2\log 8$ , artinya 2 pangkat berapa sama dengan 8
- Artinya, basis dan numerus boleh ditukar tempatnya, akibatnya logaritma pindah tempat juga hehehe,

A. 6 (Incorrect)

B.  $\frac{2}{3}$  (Incorrect)

C.  $-\frac{2}{3}$  (Correct)

D. -2 (Incorrect)

E. -6 (Incorrect)

**Cara Biasa: (Logaritma)**

$$\frac{\sqrt{2} \log 4 - {}^5\log 8 \cdot {}^2\log 25}{{}^8\log 14 - {}^8\log 7} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \log 2^2 - {}^5\log 2^3 \cdot {}^2\log 2^5}{{}^8\log \left(\frac{14}{7}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{1}\right) - 3 \cdot 2 \cdot {}^5\log 2 \cdot {}^2\log 5}{2^3 \log 2} = \frac{4-6}{\frac{1}{3}} = -2 \times \frac{3}{1} = -6$$

**LOGIKA PRAKTIS:** 4. Himpunan penyelesaian dari  $3^{2x} - 6 \cdot 3^x > 27$  adalah ....

- A.  $\{x \mid x < -3, x \in \mathbb{R}\}$
- B.  $\{x \mid x < -2, x \in \mathbb{R}\}$
- C.  $\{x \mid x > 3, x \in \mathbb{R}\}$
- D.  $\{x \mid x > 2, x \in \mathbb{R}\}$  (Correct)
- E.  $\{x \mid x > 9, x \in \mathbb{R}\}$

**Cara Biasa: (Pertidaksamaan Eksponen)**

$3^{2x} - 6 \cdot 3^x > 27$

$\Leftrightarrow (3^x)^2 - 6(3^x) - 27 > 0$

Misal  $3^x = a$

$\Leftrightarrow (a+3)(a-9) > 0$

Pembuat nol

$\Leftrightarrow (a+3)(a-9) = 0$

$\Leftrightarrow a+3 = 0$  atau  $a-9 = 0$

$\Leftrightarrow a = -3$  atau  $a = 9$

Nilai a yang memenuhi pertidaksamaan tersebut bisa dilihat pada garis bilangan:

$a < -3$  dan  $a > 9$

$3^x < -3$  dan  $3^x > 9$

Tidak memenuhi  $3^x > 3^2$

memenuhi  $x > 2$



5. Akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 + (p + 1)x + 8 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika  $\alpha = \frac{1}{2}\beta$  dan

LOGIKA PRAKTIS:  $\alpha, \beta$  positif, maka nilai  $p$  adalah ....

Misal Persamaan Kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  memiliki akar-akar yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ .

Apabila  $\alpha = n\beta$  atau  $\beta = n\alpha$ , maka berlaku  $nb^2 = (n+1)^2ac$

- A. 8
  - B. 7
  - C. 6
  - ~~D. -7~~
  - E. -8
- TRIK SUPERKILAT 2:**  
Akar-akar positif. Dua bilangan negatif dikalikan hasilnya 8, dimana bilangan yg satu separuh dari bilangan lain, maka dua bilangan tersebut -2 dan -4. Sehingga,  $p + 1 = -2 - 4$   
 $p = -7$

TRIK SUPERKILAT 1: (Persamaan Kuadrat (PK))

PK:  $x^2 + (p + 1)x + 8 = 0$   
 $\Rightarrow a = 1; b = (p + 1); c = 8$

Sifat perbandingan akar-akar PK adalah  $\alpha = \frac{1}{2}\beta \Rightarrow \beta = 2\alpha$

Dari sifat perbandingan  $\beta = 2\alpha$ , dapat diperoleh nilai  $n = 2$ .

$$nb^2 = (n+1)^2ac$$

$$\Leftrightarrow (2)(p+1)^2 = (3)^2(1)(8)$$

$$\Leftrightarrow (2)(p+1)^2 = 72$$

$$\Leftrightarrow (p+1)^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow (p+1) = \pm 6$$

Sehingga,

$$p = -1 + 6 = 5 \text{ atau } p = -1 - 6 = -7$$

Tidak ada di Pilihan jawaban

6. Empat tahun yang lalu umur Andi  $\frac{1}{2}$  umur Dani. Empat tahun yang akan datang umur

LOGIKA PRAKTIS:

Empat tahun yang akan datang usia Dani harus bisa dibagi 4.

Jawaban B dan D SALAH! Karena  $(10 + 4)$  tidak habis dibagi 4, dan  $(14 + 4)$  juga tidak habis dibagi 4.

Andi  $\frac{3}{4}$  umur Dani. Umur Dani sekarang adalah ....

- A. 8 tahun
- ~~B. 10 tahun~~
- ~~C. 12 tahun~~
- ~~D. 14 tahun~~
- E. 16 tahun

Cara Biasa: (Sistem Persamaan Linear)

$$(a - 4) = \frac{1}{2}(d - 4) \Rightarrow 2a - 8 = d - 4$$

$$\Leftrightarrow 2a - d = 4 \dots\dots\dots(1)$$

$$(a + 4) = \frac{3}{4}(d + 4) \Rightarrow 4a + 16 = 3d + 12$$

$$\Leftrightarrow 4a - 3d = -4 \dots\dots\dots(2)$$

Eliminasi  $a$  pada persamaan (1) dan (2):

$$\begin{array}{r} 2a - d = 4 \quad \times 2 \quad | \quad 4a - 2d = 8 \\ 4a - 3d = -4 \quad \times 1 \quad | \quad 4a - 3d = -4 \\ \hline \phantom{4a} - d = 12 \end{array}$$

Jadi, usia Dani sekarang adalah 12 tahun.

7. Persamaan garis singgung pada lingkaran  $2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 8 = 0$  yang sejajar dengan garis  $5x + 12y - 15 = 0$  adalah ....

LOGIKA PRAKTIS:

Bentuk umum

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Pusat  $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$  dan

$r = \sqrt{(-\frac{1}{2}A)^2 + (-\frac{1}{2}B)^2 - C}$

PGSL pusat  $(x_1, y_1)$ , jari-jari  $r$  sejajar  $ax + by + c = 0$ :

$ax + by = ax_1 + by_1 \pm r\sqrt{a^2 + b^2}$

- A.  $5x + 12y - 20 = 0$  dan  $5x + 12y + 58 = 0$
- ~~B.  $5x + 12y + 20 = 0$  dan  $5x + 12y - 58 = 0$~~
- C.  $5x + 12y + 20 = 0$  dan  $5x + 12y + 58 = 0$
- D.  $12x + 5y - 20 = 0$  dan  $5x + 12y - 58 = 0$
- E.  $12x + 5y - 20 = 0$  dan  $12x + 5y + 20 = 0$

TRIK SUPERKILAT: (Persamaan Garis Singgung Lingkaran)

$2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y - 8 = 0 \xrightarrow{\text{dibagi 2}} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$

Pusat  $P(-1, 2)$ , dan jari-jari  $r = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 - (-4)} = \sqrt{9} = 3$

PGS yg sejajar garis  $5x + 12y - 15 = 0$  diperoleh  $a = 5; b = 12$ .

Masukkan  $a, b$ , pusat dan  $r$  ke rumus PGS, sehingga diperoleh:

$5x + 12y = 5(-1) + 12(2) \pm 3\sqrt{5^2 + 12^2}$

$\Leftrightarrow 5x + 12y = 19 \pm 39$

$\Leftrightarrow 5x + 12y - 19 \pm 39 = 0$

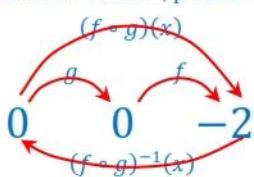
Jadi diperoleh dua persamaan garis singgung, yaitu:

$5x + 12y - 58 = 0$  dan  $5x + 12y + 20 = 0$

8. Fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Jika  $f(x) = 3x - 2$  dan  $g(x) = \frac{x}{x-1}$ . Invers  $(f \circ g)(x)$  adalah ....

LOGIKA PRAKTIS:

Uji fungsi komposisi dengan sebuah nilai yang mudah disubstitusikan, pilih  $x = 0$ .



Periksalah pilihan jawaban saat  $x = -2$  hasilnya nol!!!  
Jadi jawaban A, C dan D mungkin saja benar!

- A.  $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+2}{x+1}, x \neq -1$
- B.  $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x-2}{x+1}, x \neq -1$
- ~~C.  $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-1}, x \neq 1$~~
- D.  $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+2}{1-x}, x \neq 1$
- E.  $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x-2}{1-x}, x \neq 1$

Cara Biasa:

(Komposisi Fungsi dan Invers Fungsi)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$$= 3\left(\frac{x}{x-1}\right) - 2$$

$$= \frac{3x - 2(x-1)}{x-1}$$

$$= \frac{x+2}{x-1}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-1}; x \neq 1$$

TRIK SUPERKILAT:

Perhatikan letak  $a$  dan  $d$  ditukar dan dikalikan negatif (tanda berubah)

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1x+2}{1x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1x+2}{1x-1}$$

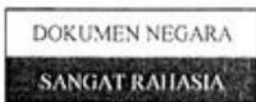
**LOGIKA PRAKTIS:**

Silogisme:

$$p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow r$$

$$\therefore p \Rightarrow r$$



Modus tollens:

$$p \Rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

Kata "baik" sudah muncul di premis 1 dan 2, jadi kata "baik" tidak akan ada di jawaban!

Jawaban A dan B pasti SALAH!  
2 jawaban yang MUNGKIN benar:

- "Ada siswa tidak rajin belajar"
- Atau negasinya, yaitu "Semua siswa rajin belajar"

Jawaban C pasti salah!

Tersisa jawaban D atau E!



9. Diketahui premis-premis berikut:  
Premis 1 : Ada siswa yang tidak rajin belajar atau hasil ulangan baik.  
Premis 2 : Jika hasil ulangan baik, maka beberapa siswa dapat mengikuti seleksi perguruan tinggi.  
Premis 3 : Semua tidak dapat mengikuti seleksi perguruan tinggi.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah

- A. Ada siswa yang hasil ulangan baik.
- B. Ada siswa yang hasil ulangan tidak baik.
- C. Ada siswa yang rajin belajar.
- ~~D. Ada siswa yang tidak rajin belajar.~~
- E. Semua siswa rajin belajar.

**TRIK SUPERKILAT: (Penarikan Kesimpulan)**

$$(\exists \text{siswa}, \sim \text{rajin}) \vee \text{baik}$$

$$\text{baik} \Rightarrow (\exists \text{siswa}, \text{ikut})$$

$$\vee \text{siswa}, \sim \text{ikut}$$

silogisme

$$(\forall \text{siswa}, \text{rajin}) \Rightarrow \text{baik}$$

$$\text{baik} \Rightarrow (\exists \text{siswa}, \text{ikut})$$

$$(\forall \text{siswa}, \sim \text{ikut})$$

$$(\forall \text{siswa}, \text{rajin}) \Rightarrow \exists \text{siswa}, \text{ikut}$$

$$\vee \text{siswa}, \sim \text{ikut}$$

$$\therefore (\exists \text{siswa}, \sim \text{rajin})$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Diperoleh  $f(1) = -1$ .

Jadi nilai  $f(x)$  untuk  $x = 1$

pada pilihan jawaban adalah -1.

- A.  $f(1) = 1 - 1 - 2 - 1 = -3$
- ~~B.  $f(1) = 1 + 1 - 2 - 1 = -1$~~
- C.  $f(1) = 1 + 1 + 2 - 1 = 3$
- D.  $f(1) = 1 + 2 - 1 - 1 = 1$
- E.  $f(1) = 1 + 2 + 1 + 1 = 5$

Jadi jawaban yang benar pasti B!!



10. Suku banyak berderajat 3, jika dibagi  $(x^2 + 2x - 3)$  bersisa  $(3x - 4)$ , jika dibagi  $(x^2 - x - 2)$  bersisa  $(2x + 3)$ . Suku banyak tersebut adalah ....

**Cara Biasa: (Suku Banyak)**

- A.  $x^3 - x^2 - 2x - 1$
- ~~B.  $x^3 + x^2 - 2x - 1$~~
- C.  $x^3 + x^2 + 2x - 1$
- D.  $x^3 + 2x^2 - x - 1$
- E.  $x^3 + 2x^2 + x + 1$

$$f(x) = (x^2 + 2x - 3)(ax + b) + (3x - 4) = (x + 3)(x - 1)(ax + b) + (3x - 4)$$

Dari persamaan tersebut diperoleh nilai  $f(-3) = -13$  dan  $f(1) = -1$

$$f(x) = (x^2 - x - 2)(ax + b) + (2x + 3), \text{ substitusikan } x = -3 \text{ dan } x = 1$$

$$f(-3) = 10(-3a + b) + (2(-3) + 3) = -13 \Rightarrow 3a - b = 1$$

$$f(1) = -2(a + b) + (2(1) + 3) = -1 \Rightarrow a + b = 3$$

Dari persamaan  $-15a + 5b = 4$  dan  $a + b = 3$ , diperoleh  $a = 1$  dan  $b = 2$

Jadi,  $f(x) = (x^2 - x - 2)(x + 2) + (2x + 3)$

$$= x^3 + x^2 - 2x - 1$$

11. Pernyataan "Jika pejabat negara bijaksana maka semua rakyat bahagia" setara dengan pernyataan ...

**LOGIKA PRAKTIS:**

Ingat pernyataan implikasi hanya mungkin setara dg kontraposisi dan disjungsi, artinya jawaban harus menggunakan kata hubung "jika maka" maupun "atau".

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

Coba kita cek jawaban SALAH!

- Jawaban A dan B SALAH, karena kontraposisi tidak mungkin "pejabat negara" ada di depan.
  - Jawaban D juga SALAH, karena menggunakan kata hubung "dan".
  - Jawaban E juga salah, karena udah dibilangin pernyataan yang depan harus dinegasi, kok ga ada "tidak"-nya.
- Jadi jawaban yang benar adalah C!



- A. ~~Jika pejabat negara~~ tidak bijaksana, maka semua rakyat tidak bahagia.
- B. ~~Jika pejabat negara~~ tidak bahagia, maka ada rakyat yang hidupnya tidak sejahtera.
- ~~C. Jika~~ ada rakyat tidak bahagia, maka pejabat negara tidak bijaksana.
- D. Pejabat negara tidak bijaksana dan semua rakyat bahagia.
- E. Pejabat negara bijaksana atau semua rakyat bahagia.

Lho ini mana negasinya???

**TRIK SUPERKILAT: (Pernyataan Senilai Implikasi)**

$$\text{bijaksana} \Rightarrow (\forall \text{rakyat bahagia}) \equiv (\exists \text{rakyat} \sim \text{bahagia}) \Rightarrow \sim \text{bijaksana} \equiv \sim \text{bijaksana} \vee (\forall \text{rakyat bahagia})$$

kontraposisi disjungsi



12. Di Zedland ada dua media massa koran yang sedang mencari orang untuk bekerja sebagai penjual koran. Iklan di bawah ini menunjukkan bagaimana mereka membayar gaji penjual koran.

**LOGIKA PRAKTIS:** Perhatikan harian Zedland, gaji yang diterima pada mulanya sebesar 60 zed per minggu, lalu naik mengikuti garis lurus. **Jelas bahwa jawaban B, D, dan E salah, karena garisnya bengkok!** Sekarang tinggal jawaban A dan C saja yang tersisa. Nah perhatikan gaji yg diberikan media Zedland naik setelah 240 koran terjual, artinya grafik media Zedland mengalami kenaikan kemiringan alias grafiknya bengkok! **Jelas jawaban yang benar adalah jawaban C!!!**

**MEDIA ZEDLAND**

**PERLU UANG LEBIH?**

**JUAL KORAN KAMI**

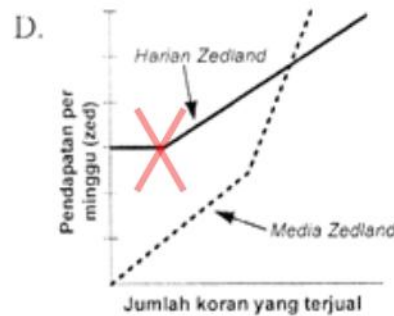
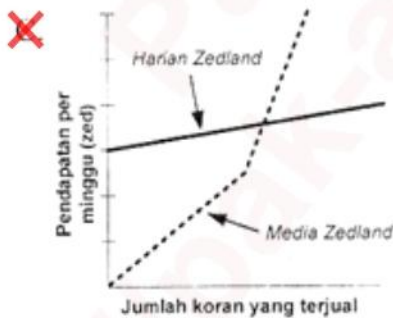
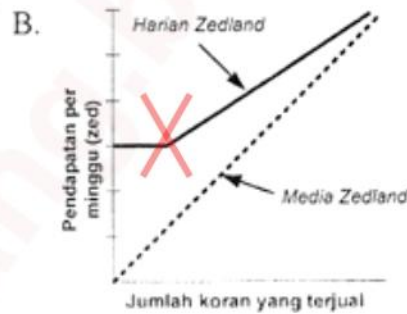
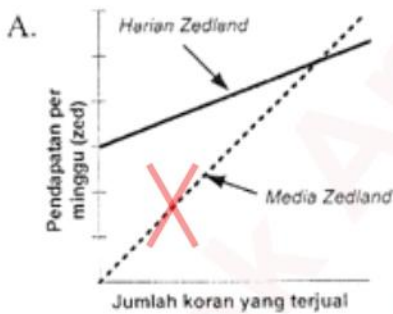
Gaji yang akan diterima:  
0,20 zed per koran sampai dengan 240 koran yang terjual per minggu, ditambah 0,40 zed per koran selebihnya yang terjual.

**HARIAN ZEDLAND**

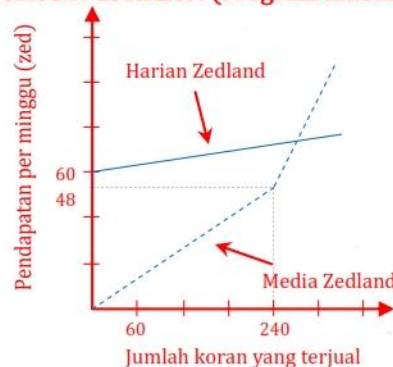
**DIBAYAR TINGGI DALAM WAKTU SINGKAT!**

Jual koran *Harian Zedland* dan dapatkan 60 zed per minggu, ditambah bonus 0,05 zed per koran yang terjual.

Joko memutuskan untuk melamar menjadi penjual koran. Ia perlu memilih bekerja pada *Media Zedland* atau *Harian Zedland*. Grafik manakah di bawah ini yang menggambarkan bagaimana koran membayar penjual-penjualnya?



**TRIK SUPERKILAT: (Program Linear)**



Misal:  
 $x$  = jumlah koran yg terjual.  
Persamaan pendapatan harian Zedland yaitu:  
 $h(x) = 60 + 0,05x$   
Artinya, grafik tersebut berbentuk garis lurus.

Sedangkan persamaan pendapatan media Zedland:  
 $m(x) = \begin{cases} 0,20x; & x \leq 240 \\ 0,60x; & x > 240 \end{cases}$   
Artinya, grafik tersebut akan berbentuk dua garis lurus yang berbeda kemiringannya.



13. Diketahui vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ m \\ -3 \end{pmatrix}$ , dan  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ . Apabila vektor  $\vec{a}$  tegak lurus

vektor  $\vec{b}$ , hasil dari  $2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = \dots$

- A.  $\begin{pmatrix} -12 \\ -3 \\ -16 \end{pmatrix}$
- B.  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
- C.  $\begin{pmatrix} 12 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$
- ~~X~~ D.  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$
- E.  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

**Cara Biasa: (Operasi Aljabar Vektor)**

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ m \\ -3 \end{pmatrix}; \vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ m \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-1)(3) + (3)(m) + (4)(-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3 + 3m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m = 15$$

$$\Leftrightarrow m = 5$$

Jadi, diperoleh vektor  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2-3+7 \\ 6-5+2 \\ 8-(-3)+(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

14. Diketahui vektor-vektor  $\vec{u} = 9\vec{i} + a\vec{j} + b\vec{k}$  dan  $\vec{v} = a\vec{i} - b\vec{j} + a\vec{k}$ . Sudut antara vektor  $\vec{u}$  dan vektor  $\vec{v}$  adalah  $0$  dengan  $\cos \theta = \frac{6}{11}$ . Proyeksi  $\vec{u}$  pada  $\vec{v}$  adalah  $\vec{p} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ,

Nilai  $b = \dots$

- A.  $\sqrt{2}$
- B. 2
- ~~X~~ C.  $2\sqrt{2}$
- D. 4
- E.  $4\sqrt{2}$

**Cara Biasa: (Sudut Antara Dua Vektor)**

$\vec{p}$  proyeksi  $\vec{u}$  pada  $\vec{v}$ , maka  $\vec{p}$  dan  $\vec{v}$  kolinear, sehingga:

$$\vec{p} = n \cdot \vec{v} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} a \\ -b \\ a \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi } 4 = an \Rightarrow n = \frac{4}{a}$$

$$-2 = -bn \Rightarrow n = \frac{2}{b}$$

$$\text{sehingga } \frac{4}{a} = \frac{2}{b} \Rightarrow a = 2b$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$\frac{6}{11} = \frac{9a - ab + ab}{\sqrt{9^2 + a^2 + b^2} \sqrt{a^2 + (-b)^2 + a^2}}$$

Substitusikan  $a = 2b$

$$\frac{6}{11} = \frac{18b}{\sqrt{81 + 5b^2} \sqrt{9b^2}}$$

$$\frac{6}{11} = \frac{18}{\sqrt{81 + 5b^2}}$$

$$\sqrt{81 + 5b^2} = 11$$

$$81 + 5b^2 = 121$$

$$5b^2 = 121 - 81$$

$$5b^2 = 40$$

$$b^2 = 8$$

$$b = \pm 2\sqrt{2}$$

Jadi nilai  $b = 2\sqrt{2}$

15. Diketahui vektor  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2p\vec{j} + 4\vec{k}$  dan  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ . Jika panjang proyeksi vektor  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah  $\frac{12}{\sqrt{26}}$ , maka nilai  $p = \dots$

- A. -3
- B. -2
- ~~X~~ C. -1
- D. 1
- E. 3

**Cara Biasa: (Proyeksi Skalar)**

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{2 + 6p + 16}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{6p + 18}{\sqrt{1 + 9 + 16}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{6p + 18}{\sqrt{29}}$$

$$\Leftrightarrow 12 = 6p + 18$$

$$\Leftrightarrow -6 = 6p$$

$$\Leftrightarrow -1 = p$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Nilai  $m$  dapat dicari dengan menggunakan sifat vektor  $\vec{a}$  yang tegak lurus vektor  $\vec{b}$ , akibatnya  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .



**LOGIKA PRAKTIS:**

$\vec{p}$  proyeksi  $\vec{u}$  pada  $\vec{v}$

$$\vec{p} = \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \right) \cdot \vec{v}$$

Terlihat jelas  $\vec{p} = n \cdot \vec{v}$

Ingat juga sudut antara  $\vec{u}$  dan  $\vec{v}$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$



**LOGIKA PRAKTIS:**

Proyeksi skalar  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$$





16. Penyelesaian pertidaksamaan  ${}^3\log x \cdot {}^{1-2x}\log 9 < 2 - {}^{1-2x}\log 9$  adalah ...

**LOGIKA PRAKTIS:**

Ingat sifat-sifat logaritma:

$a \log b^n = n \cdot a \log b$

$a \log b \cdot b \log c = a \log c$

$a \log b - a \log c = a \log \left(\frac{b}{c}\right)$   
 $n = n \cdot a \log a = a \log a^n$

Ingat juga syarat basis dan numerus logaritma agar logaritma terdefinisi

$f(x) \log g(x)$  terdefinisi jika  $f(x) > 0; f(x) \neq 1$  dan  $g(x) > 0$

- A.  $0 < x < \frac{1}{5}$
- B.  $0 < x < \frac{2}{5}$
- C.  $0 < x < \frac{1}{2}$
- D.  $\frac{1}{5} < x < \frac{1}{2}$
- E.  $\frac{2}{5} < x < \frac{1}{2}$

**Cara Biasa: (Pertidaksamaan Logaritma)**

${}^3\log x \cdot {}^{1-2x}\log 9 < 2 - {}^{1-2x}\log 9$

${}^{1-2x}\log 3^2 \cdot {}^3\log x < 2 \cdot {}^{1-2x}\log(1-2x) - {}^{1-2x}\log 9$

$2 \cdot {}^{1-2x}\log x < {}^{1-2x}\log(1-2x)^2 - {}^{1-2x}\log 9$

${}^{1-2x}\log x^2 < {}^{1-2x}\log \frac{(1-2x)^2}{9}$

$x^2 < \frac{(1-2x)^2}{9}$

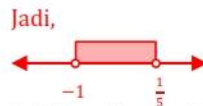
$9x^2 < (1-2x)^2$

$9x^2 < 1 - 4x + 4x^2$

$5x^2 + 4x - 1 < 0$

Pembuat nol  $(x+1)(5x-1) = 0$

$x = -1$  atau  $x = \frac{1}{5}$



**Syarat numerus logaritma:**

$x > 0$

**Syarat basis logaritma:**

$1 - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$

Jadi, penyelesaian dari soal pertidaksamaan logaritma tersebut adalah irisan dari ketiga daerah penyelesaian tersebut, yaitu:



Jadi, HP =  $\{x | 0 < x < \frac{1}{5}\}$

17. Persamaan bayangan lingkaran  $x^2 + y^2 = 4$  bila dicerminkan terhadap garis  $x = 2$  dan dilanjutkan dengan translasi  $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  adalah ...

**LOGIKA PRAKTIS:**

Pusat lingkaran  $(0, 0)$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2) - 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Jadi bayangan lingkaran akan berpusat di  $(1, 4)$

Perhatikan!

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Koefisien  $x, y$  pada bayangan lingkaran pasti  $-2$  dan  $-8$

- A.  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$
- B.  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$
- C.  $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 13 = 0$
- D.  $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 13 = 0$
- E.  $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$

**Cara Biasa: (Transformasi Geometri)**

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{M_{x=2}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2) - x \\ y \end{pmatrix} \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$   
 $= \begin{pmatrix} 4 - x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x'' \\ y'' + 4 \end{pmatrix}$

Jadi,  $x'' = 1 - x \Rightarrow x = 1 - x''$

$y'' = y + 4 \Rightarrow y = y'' - 4$

Sehingga  $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow (1 - x'')^2 + (y'' - 4)^2 = 4$

$\Leftrightarrow (x'')^2 + (y'')^2 - 2x'' - 8y'' + 13 = 0$

18. Nilai  $x$  yang memenuhi  $2^{2x+2} - 3 \cdot 2^{x+2} + 8 < 0$  adalah ...

**LOGIKA PRAKTIS:**

$x = 0 \Rightarrow 2^2 - 3 \cdot 2^2 + 8 < 0$

$\Leftrightarrow 0 < 0$

$x = 1 \Rightarrow 2^4 - 3 \cdot 2^3 + 8 < 0$

$\Leftrightarrow 0 < 0$

Jawaban harus memuat 0 dan 1 sebagai batasnya.

Hanya jawaban A yg BENAR!

- A.  $0 < x < 1$
- B.  $0 < x < 2$
- C.  $1 < x < 2$
- D.  $x < 0$  atau  $x > 2$
- E.  $x < 1$  atau  $x > 2$

**Cara Biasa: (Pertidaksamaan Logaritma)**

$2^{2x+2} - 3 \cdot 2^{x+2} + 8 < 0$

$2^{2x} \cdot 2^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^2 + 8 < 0$

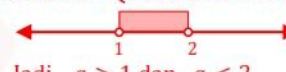
$4 \cdot (2^x)^2 - 12 \cdot (2^x) \cdot 2 + 8 < 0$

Misal:  $2^x = a \Rightarrow 4a^2 - 12a + 8 < 0$

$2a^2 - 6a + 4 < 0$

Pembuat nol:  $(a-1)(2a-4) = 0$

$a = 1$  atau  $a = 2$



Jadi,  $a > 1$  dan  $a < 2$

$2^x > 2^0 \quad 2^x > 2^1$

$x > 0 \quad x < 1$

Jadi HP =  $\{x | 0 < x < 1; x \in R\}$

19. Seutas tali dipotong menjadi 5 bagian sehingga potongan-potongan tali tersebut membentuk barisan geometri. Panjang tali terpendek 4 cm dan potongan tali terpanjang 64 cm. Panjang tali semula adalah...

**LOGIKA PRAKTIS:**

Jawaban harus bisa di bagi suku pertama 4,

jawab A, B salah.

Jawaban juga jangan melebihi dua kali dari

panjang tali terbesar... Jadi

jawab D dan E juga salah!

☺

- A. ~~24 cm~~
- B. ~~114 cm~~
- C. 124 cm
- D. ~~138 cm~~
- E. ~~132 cm~~

**Cara Biasa: (Deret Geometri)**

$n = 5; a = U_1 = 4 \text{ cm}; U_5 = 64 \text{ cm}$

$\frac{U_5}{U_1} = \frac{ar^4}{a} \Rightarrow \frac{64}{4} = r^4$

$\Leftrightarrow 16 = r^4$

$\Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = r$

$\Leftrightarrow 2 = r$

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{4(2^5 - 1)}{2 - 1}$   
 $= \frac{4(32 - 1)}{1}$   
 $= 4(31)$   
 $= 124 \text{ cm}$

20. Tempat duduk gedung pertunjukan film diatur mulai dari baris depan ke belakang dengan banyak baris di belakang lebih 4 kursi dari baris di depannya. Bila dalam gedung pertunjukan terdapat 15 baris kursi dan baris terdepan ada 20 kursi, kapasitas gedung pertunjukan tersebut adalah ...

**LOGIKA PRAKTIS:**

Rumus jumlah  $n$  suku pertama deret aritmetika:

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$

☺

- A. 1.200 kursi
- B. 800 kursi
- C. 720 kursi
- D. 600 kursi
- E. 300 kursi

**Cara Biasa: (Deret Aritmetika)**

$b = 4; n = 15; a = U_1 = 20$

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(2(20) + 14(4))$

$= \frac{15}{2}(40 + 56)$

$= \frac{15}{2}(96)$

$= \frac{1440}{2}$

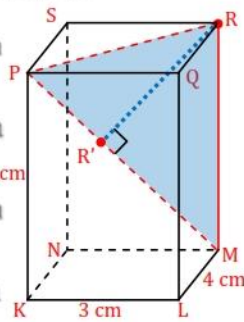
$= 720 \text{ kursi}$





21. Diketahui balok KLMN.PQRS dengan KL = 3 cm, LM = 4 cm, dan KP = 12 cm. Jarak titik R ke garis PM adalah ....

- A.  $\frac{35}{13}$  cm  
B.  $\frac{40}{13}$  cm  
C.  $\frac{45}{13}$  cm  
D.  $\frac{50}{13}$  cm  
~~E.  $\frac{60}{13}$  cm~~



**Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Jarak))**

Jarak titik R ke PM adalah  $RR'$ , dimana  $RR' \perp PM$ .

PM diagonal ruang balok, sehingga

$$PM = \sqrt{KP^2 + KL^2 + LM^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{144 + 9 + 16}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= 13 \text{ cm}$$

PR diagonal sisi atas, sehingga

$$PR = \sqrt{PS^2 + SQ^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ cm}$$

Perhatikan  $\triangle PMR$ , karena  $PR \perp RM$  dan juga  $RR' \perp PM$ , maka luas  $\triangle PMR$  dapat dicari menggunakan dua cara, yaitu:

$$\Delta PMR = \frac{1}{2} PR \cdot RM$$

$$\Delta PMR = \frac{1}{2} RR' \cdot PM$$

Sehingga dari kesamaan rumus luas tersebut akan diperoleh kesamaan berikut:

$$PR \cdot RM = RR' \cdot PM$$

$$RR' = \frac{PR \cdot RM}{PM}$$

$$= \frac{5 \cdot 12}{13}$$

$$= \frac{60}{13} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik R ke PM adalah  $\frac{60}{13}$  cm.

**LOGIKA PRAKTIS:**

PR adalah sisi miring dari triple Pythagoras 3, 4, ....? Ya!  $PR = 5$  cm.  
Berarti PM juga sisi miring dari triple Pythagoras 5, 12, ....? Ya!  $PM = 13$  cm.

Perhatikan  $\triangle PMR$  siku-siku di R, dan jarak titik R ke garis PM adalah garis tinggi  $\triangle PMR$ , maka gunakan rumus:

$$RR' = \frac{PR \cdot RM}{PM}$$

$$= \frac{5 \cdot 12}{13}$$

$$= \frac{60}{13} \text{ cm}$$

©

**LOGIKA PRAKTIS:**

Pada soal di samping, kita hanya perlu melihat baris dan kolom manakah yang bersesuaian dg variabel-variabel yang ditanyakan. Lalu selesaikanlah operasi aljabar yang memuat variabel-variabel tersebut!

©

22. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2m & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} n+1 & 3 \\ m-n & 0 \end{pmatrix}$ , dan  $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Jika  $C^t$  adalah transpose dari matriks C dan  $A + B = C^t$ , nilai dari  $3m + 2n = \dots$

- A. -25  
B. -14  
C. -11  
D. -7  
~~E. -1~~

**Cara Biasa: (Matriks)**

$$A + B = C^t$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2m & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n+1 & 3 \\ m-n & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+n+1 & -1+3 \\ 2m+m-n & -3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} n+4 & 2 \\ 3m-n & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan kedua matriks diperoleh:

$$n + 4 = 5 \Rightarrow n = 1$$

$$3m - n = -4 \Rightarrow 3m - 1 = -4$$

$$\Leftrightarrow 3m = -3$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Jadi  $3m + 2n = 3(-1) + 2(1)$   
 $= -3 + 2$   
 $= -1$

**LOGIKA PRAKTIS:**

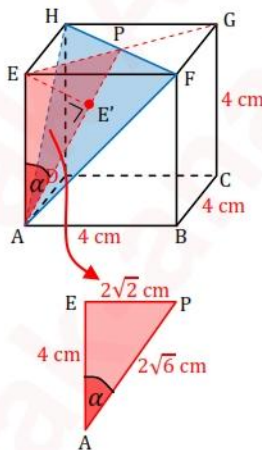
$EE'$  adalah sepertiga dari diagonal ruang kubus, jadi  $EE' = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$  cm.

Perhatikan  $\triangle AEE'$ ,  $\sin \alpha = \frac{\text{sisi depan sudut}}{\text{sisi miring}}$   
 $= \frac{EE'}{AE} = \frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

©

23. Kubus ABCD.EFGH memiliki rusuk 4 cm. Sudut antara AE dan bidang AFH adalah  $\alpha$ . Nilai  $\sin \alpha = \dots$

- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
B.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
~~C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$~~   
D.  $\frac{2}{3}\sqrt{2}$   
E.  $\frac{3}{4}\sqrt{3}$



**Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Sudut))**

EG diagonal bidang,  $EG = 4\sqrt{2}$  cm.

$E'$  adalah proyeksi E di bidang AFH,  $AE'$  adalah proyeksi AE di bidang AFH.

Sudut antara AE dengan bidang AFH adalah sudut yang dibentuk oleh garis AE dan  $AE'$ . Dalam hal ini kita juga bisa menggunakan segitiga bantu yaitu segitiga APE, sehingga sudut AE dengan bidang AFH adalah sudut yang dibentuk oleh garis AE dan AP

P titik potong diagonal pada bidang EFGH, maka  $EP = PG$ , sehingga:

$$EP = \frac{1}{2} EG = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Perhatikan  $\triangle APE$ ,

$$AP = \sqrt{AE^2 + EP^2}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{8 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Karena  $\triangle APE$  siku-siku di E, maka dengan menggunakan definisi trigonometri "sin demi" akan diperoleh nilai kosinus sudut tersebut, yaitu:

$$\sin \alpha = \frac{\text{sisi depan sudut}}{\text{sisi miring}}$$

$$= \frac{EP}{AP} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Penyelesaian limit tak hingga berbentuk

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r}$$

adalah  $\frac{b-q}{2\sqrt{a}}$

©

24. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{81x^2 - 10x + 3} - 9x + 1) = \dots$

- ~~A.  $\frac{4}{9}$~~   
B.  $\frac{2}{3}$   
C. 1  
D.  $\frac{5}{3}$   
E.  $\frac{5}{2}$

**TRIK SUPERKILAT: (Limit Fungsi Aljabar)**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{81x^2 - 10x + 3} - 9x + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{81x^2 - 10x + 3} - (9x - 1))$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{81x^2 - 10x + 3} - \sqrt{81x^2 - 18x + 1})$$

$$= \frac{(-10) - (-18)}{2\sqrt{81}}$$

$$= \frac{8}{18}$$

$$= \frac{4}{9}$$



25. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{1 - \cos 2x} = \dots$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $\frac{3}{2}$
- E.  $\frac{5}{2}$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Pada limit trigonometri yg memuat bentuk sinus atau tangen dan menghasilkan bentuk tak tentu 0/0 adalah mencoret sinus dan tangen dan menyisakan sudutnya saja. Lalu mencoret variabel yang sama pada pembilang dan penyebut.

**Cara Biasa: (Limit Fungsi Trigonometri)**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{1 - \cos 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{1 - (1 - 2 \sin^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 5x}{2 \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 5x}{2 \cdot \sin x \cdot \sin x} \cdot \frac{5x \cdot x}{5x \cdot x} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

**TRIK SUPERKILAT**

Coret sin dan ubah cos!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{1 - \cos 2x} = \frac{x \cdot 5x}{\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x} = \frac{5}{2}$$

26. Diketahui segiempat ABCD seperti gambar.

**LOGIKA PRAKTIS:** Panjang sisi BC adalah ....

Pada segitiga ABC berlaku aturan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

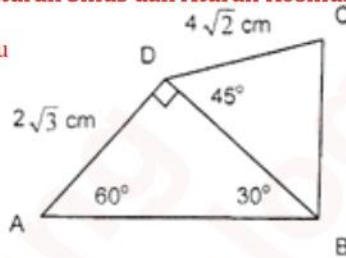
Juga berlaku aturan kosinus:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned}$$

- A.  $7\sqrt{3}$  cm
- B.  $6\sqrt{3}$  cm
- C.  $4\sqrt{5}$  cm
- D.  $3\sqrt{5}$  cm
- E.  $2\sqrt{5}$  cm

**Cara Biasa: (Aturan Sinus dan Aturan Kosinus)**

Perhatikan  $\triangle ABD$ , berlaku aturan sinus:  
 $\frac{BD}{\sin 60^\circ} = \frac{AD}{\sin 30^\circ}$   
 $BD = \frac{2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$   
 $BD = 6$



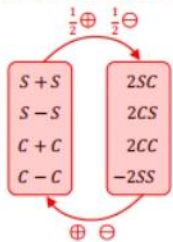
$$\begin{aligned} BC^2 &= BD^2 + CD^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos D \\ \Leftrightarrow BC &= \sqrt{BD^2 + CD^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos 45^\circ} \\ &= \sqrt{6^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \\ &= \sqrt{36 + 32 - 48} \\ &= \sqrt{20} \\ &= \sqrt{4\sqrt{5}} \\ &= 2\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

27. Nilai dari  $\cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ = \dots$

- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $-\frac{1}{2}$
- E.  $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Cara mudah mengingat dan menghafal rumus jumlah selisih sinus kosinus adalah:



**Cara Biasa: (Rumus Jumlah Selisih Sinus Kosinus)**

$$\begin{aligned} \cos 145^\circ + \cos 35^\circ - \cos 45^\circ &= (\cos 145^\circ + \cos 35^\circ) - \cos 45^\circ \\ &= 2 \cos \frac{1}{2}(145^\circ + 35^\circ) \cos \frac{1}{2}(145^\circ - 35^\circ) - \cos 45^\circ \\ &= 2 \cos 90^\circ \cos 55^\circ - \cos 45^\circ \\ &= 2(0) \cos 55^\circ - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

28. Himpunan penyelesaian persamaan  $2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0$  untuk  $0^\circ \leq x < 360^\circ$  adalah ....

- A.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- B.  $\{210^\circ, 330^\circ\}$
- C.  $\{30^\circ, 210^\circ\}$
- D.  $\{60^\circ, 120^\circ\}$
- E.  $\{30^\circ, 60^\circ, 120^\circ\}$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan  $\sin x$  pada soal, dimana nilainya tidak boleh mengandung bentuk akar... Jadi coret sudut  $60^\circ$  dari pilihan jawaban, karena  $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Jawaban D dan E pasti SALAH!

Juga ingat bahwa nilai sinus  $\sin x$  memiliki periode tertentu, dan saling berelasi. Misalnya  $\sin 30^\circ$  berelasi dengan  $\sin(180^\circ - 30^\circ)$ . Jadi, apabila  $30^\circ$  muncul di jawaban, maka  $150^\circ$  seharusnya muncul juga. Begitu juga  $210^\circ$  dan  $330^\circ$ . Jadi jawaban C juga salah, dan kemungkinan jawaban benar adalah A atau B.

**Cara Biasa: (Persamaan Trigonometri)**

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(\sin x - 3) &= 0 \\ \text{Pembuat nol} \\ \Leftrightarrow 2 \sin x + 1 = 0 \text{ atau } \sin x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \text{ atau } \sin x &= 3 \end{aligned}$$

Tidak memenuhi, Nilai terbesar  $\sin x$  adalah 1

Jadi, nilai  $x$  memenuhi persamaan tersebut adalah:

$\sin x = -\frac{1}{2}$   
 Nilai sinus negatif di kuadran III dan IV, sehingga penyelesaiannya adalah:

- Kuadran III:  $\sin x = \sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin 210^\circ$
- Kuadran IV:  $\sin x = \sin(360^\circ - 30^\circ) = \sin 330^\circ$



29. Hasil  $\int (x^2 + 2)(x^3 + 6x + 1)^{\frac{1}{2}} dx = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan!  
Soal di samping ternyata hanya menguji seberapa kemampuan kita dalam menemukan koefisien fungsi hasil integral.

$$\int (1x^2 + 2)(1x^3 + 6x + 1)^{\frac{1}{2}} dx$$

$\frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{2}{9}$

Selesai!  
☺

- A.  $\frac{2}{9}(x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$
- B.  $\frac{1}{3}(x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$
- C.  $\frac{1}{2}(x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$
- D.  $\frac{2}{3}(x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$
- E.  $\frac{3}{2}(x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$

**TRIK SUPERKILAT: (Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar)**

$$\int (x^2 + 2)(x^3 + 6x + 1)^{\frac{1}{2}} dx = \int (x^2 + 2)(x^3 + 6x + 1)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d(x^3 + 6x + 1)}{(3x^2 + 6)_3} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \int (x^3 + 6x + 1)^{\frac{1}{2}} d(x^3 + 6x + 1)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} (x^3 + 6x + 1)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{9} (x^3 + 6x + 1)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{9} (x^3 + 6x + 1)\sqrt{x^3 + 6x + 1} + C$$

Lho, kok pilihan jawabannya semua mirip, yang beda cuma koefisiennya saja...  
Ah, cek saja koefisien hasil integralnya dengan LOGIKA PRAKTIS di samping...  
Asyik kan?

30. Nilai  $\int_{-1}^2 (x-1)(3x+1) dx = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Trik menghitung integral tertentu fungsi aljabar menggunakan sifat distributif.  
Perhatikan!

$$[x^3 - x^2 - x]_{-1}^2$$

$$= \begin{pmatrix} (2^3 - (-1)^3) \\ -(2^2 - (-1)^2) \\ -(2 - (-1)) \end{pmatrix}$$

$$= 9 - 3 - 3$$

$$= 3$$

☺

- A. -5
- B. -1
- C. 1
- D. 2
- E. 3

**Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Aljabar)**

$$\int_{-1}^2 (x-1)(3x+1) dx = \int_{-1}^2 (3x^2 - 2x - 1) dx$$

$$= [x^3 - x^2 - x]_{-1}^2$$

$$= ((2)^3 - (2)^2 - 2) - ((-1)^3 - (-1)^2 - (-1))$$

$$= (8 - 4 - 2) - (-1 - 1 + 1)$$

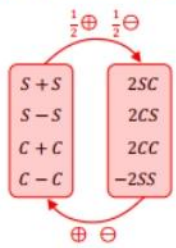
$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

31. Hasil dari  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 3x \cos 5x) dx = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Ingat rumus perkalian trigonometri untuk menyelesaikan soal tersebut!  
 $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$   
Berikut cara mudah menghafal rumus perkalian trigonometri:



- A.  $-\frac{3}{32}$
- B.  $-\frac{4}{32}$
- C.  $-\frac{6}{32}$
- D.  $-\frac{7}{32}$
- E.  $-\frac{10}{32}$

**Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Trigonometri)**

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 3x \cos 5x) dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (\sin 8x + \sin(-2x)) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 8x - \sin 2x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{8} \cos 8x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( -\frac{1}{8} \cos 8\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) - \left( -\frac{1}{8} \cos 8\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cos 2\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right) \right) - \left( \frac{1}{16} + \left(-\frac{1}{4}\right) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( -\frac{10}{16} + \frac{3}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( -\frac{7}{16} \right)$$

$$= -\frac{7}{32}$$

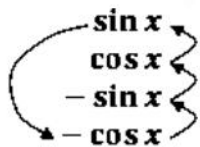


32. Hasil dari  $\int \sin^3 x \cos x \, dx$  adalah ....

- A.  $\frac{1}{2} \sin^4 x + C$
- B.  $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$
- C.  $\frac{1}{8} \sin^4 x + C$
- D.  $-\frac{1}{8} \sin^4 x + C$
- E.  $-\frac{1}{2} \sin^4 x + C$

**TRIK SUPERKILAT: (Integral Tak Tentu Fungsi Trigonometri)**

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cos x \, dx &= \int \sin^3 x \cos x \left( \frac{d(\sin x)}{\cos x} \right) \\ &= \int \sin^3 x \, d(\sin x) \\ &= \frac{1}{4} \sin^4 x + C \end{aligned}$$



**LOGIKA PRAKTIS:**  
Cara mudah mengingat konsep integral trigonometri:

**LOGIKA PRAKTIS:**

- Pertama, kita harus mencari  $f(x)$  dari  $g(x)$ .
- Kedua, menemukan nilai A dari titik-titik ekstrim  $f(x)$  dengan memanfaatkan batas interval  $f(x)$  naik yang merupakan pembuat nol dari  $f'(x)$ .
- Ketiga, menguji nilai turunan kedua  $g(x)$  sehingga kita akan mendapatkan nilai maksimum relatif  $g(x)$ .

Diketahui  $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - A^2x + 1$ ;  $f(x) = g(2x - 1)$ , A suatu konstanta. Jika  $f$  naik pada  $x \leq 0$  atau  $x \geq 1$ , nilai maksimum relatif  $g$  adalah ..

- A.  $\frac{7}{3}$
- B.  $\frac{5}{3}$
- C.  $\frac{1}{3}$
- D.  $-\frac{1}{3}$
- E.  $-\frac{5}{3}$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(2x - 1) \\ &= \frac{1}{3}(2x - 1)^3 - A^2(2x - 1) + 1 \\ &= \frac{8}{3}x^3 - 4x^2 + (2 - 2A^2)x + \left(A^2 + \frac{2}{3}\right) \\ \Rightarrow f'(x) &= 8x^2 - 8x + (2 - 2A^2) \\ f(x) \text{ naik pada } x \leq 0 \text{ atau } x \geq 1, \text{ maka akar-akar} \\ \text{persamaan } f'(x) &\text{ adalah } x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = 1. \\ \text{Sehingga } f'(0) = 0 &\Rightarrow 8(0)^2 - 8(0) + (2 - 2A^2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 - 2A^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2A^2 = 2 \\ &\Leftrightarrow A^2 = 1 \\ A^2 = 1 &\Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1 \\ &\Leftrightarrow g'(x) = x^2 - 1 \text{ dan } g''(x) = 2x \end{aligned}$$

Apabila  $g'(a) = 0$  dan  $g''(a) < 0$ , maka  $g(x)$  mencapai maksimum relatif di  $x = a$

- Uji nilai  $g'(x) = 0$   
 $g'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x + 1)(x - 1) = 0$   
 $\Leftrightarrow x = -1$  atau  $x = 1$
- Uji nilai  $g''(x) < 0$   
 $x = 1 \Rightarrow g''(1) = 2(1) = 2 > 0$   
Jadi  $x = 1$  adalah nilai minimum relatif.  
 $x = -1 \Rightarrow g''(-1) = 2(-1) = -2 < 0$   
Jadi,  $x = -1$  adalah nilai maksimum relatif.

Sehingga nilai maksimum relatif dari  $g(x)$  adalah:  
 $g(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1) + 1 = -\frac{1}{3} + 1 + 1 = \frac{5}{3}$

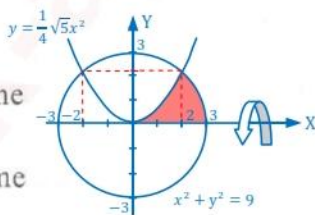
34. Volume benda putar yang terbentuk dari daerah di kuadran I yang dibatasi oleh kurva

**LOGIKA PRAKTIS:**

Volume benda putar dari daerah yang dibatasi oleh kurva  $y$  dan sumbu X, dari  $x = a$  sampai  $x = b$  jika diputar mengelilingi sumbu X sejauh  $360^\circ$  adalah:

$$V = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$

- A.  $\frac{14}{3} \pi$  satuan volume
- B.  $\frac{22}{3} \pi$  satuan volume
- C.  $\frac{25}{3} \pi$  satuan volume
- D.  $\frac{40}{3} \pi$  satuan volume
- E.  $\frac{50}{3} \pi$  satuan volume



Mencari titik potong:

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow y_1 = y_2 \\ &\Leftrightarrow y_1^2 = y_2^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{16}x^4 = 9 - x^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{16}x^4 + x^2 - 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x^4 + 16x^2 - 144 = 0 \\ &\Leftrightarrow (5x^2 + 36)(x^2 - 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow (5x^2 + 36)(x + 2)(x - 2) = 0 \\ \text{Perhatikan } 5x^2 + 36 &\text{ definit positif} \\ &\Leftrightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -2 \text{ atau } x = 2 \end{aligned}$$

**Cara Biasa: (Aplikasi Integral (Volume Benda Putar))**

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 \left( \frac{1}{4} \sqrt{5x^2} \right)^2 dx + \pi \int_2^3 (9 - x^2) dx \\ &= \pi \left( \int_0^2 \frac{5}{16} x^4 dx + \int_2^3 (9 - x^2) dx \right) \\ &= \pi \left( \left[ \frac{1}{16} x^5 \right]_0^2 + \left[ 9x - \frac{1}{3} x^3 \right]_2^3 \right) \\ &= \pi \left( \left( \frac{32}{16} \right) - (0) + \left[ (27 - 9) - \left( 18 - \frac{8}{3} \right) \right] \right) \\ &= \pi \left( 2 + \left( 18 - \frac{46}{3} \right) \right) \\ &= \pi \left( 20 - \frac{46}{3} \right) \\ &= \pi \left( \frac{60}{3} - \frac{46}{3} \right) \\ &= \frac{14}{3} \pi \text{ satuan volume} \end{aligned}$$

Jangan tertipu sama ini!  
Ingat persamaan kurva  
pada sketsa grafik di soal  
 $y^2 = 4x!!!$   
Jadi  $y = 2\sqrt{x}$   
13



**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan pilihan jawaban, semua mirip, yaitu berbentuk:

$$\int_0^4 \dots dx \pm \int_2^4 \dots dx$$

Apa artinya? Isi titik-titik tersebut dengan melihat garis yang membatasi daerah arsir. Garis yang membatasi dari  $x = 0$  sampai  $x = 4$  adalah  $y^2 = 4x \Rightarrow y = \sqrt{4x} \Leftrightarrow y = 2\sqrt{x}$

Garis yang membatasi daerah arsir hanya dari  $x = 2$  sampai  $x = 4$  adalah  $y = 2x - 4$ , eits... Tapi, lihat! Daerah di bawahnya kosong (tidak di arsir). Jadi, luas daerah arsir adalah:

$$L = \int_0^4 2\sqrt{x} dx - \int_2^4 (2x - 4) dx$$

☺

35. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dinyatakan dengan rumus ....

A.  ~~$\int_0^4 4x dx - \int_2^4 (2x - 4) dx$~~

B.  ~~$\int_0^4 4x dx - \int_2^4 (2x + 4) dx$~~

~~$\int_0^4 2\sqrt{x} dx - \int_2^4 (2x - 4) dx$~~

D.  $\int_0^4 2\sqrt{x} dx - \int_2^4 (4 - 2x) dx$

E.  $\int_0^4 2\sqrt{x} dx + \int_2^4 (4 + 2x) dx$

Lihat!! Ini apa?  
 $y = 2x - 4$ , kan?

**Cara Biasa: (Aplikasi Integral (Luas Daerah))**

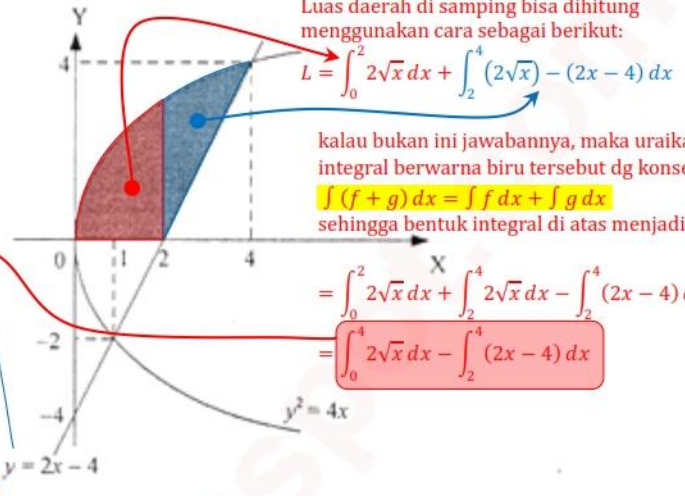
Luas daerah di samping bisa dihitung menggunakan cara sebagai berikut:

$$L = \int_0^2 2\sqrt{x} dx + \int_2^4 (2\sqrt{x}) - (2x - 4) dx$$

kalaupun bukan ini jawabannya, maka uraikan integral berwarna biru tersebut dg konsep:  
 $\int (f + g) dx = \int f dx + \int g dx$   
sehingga bentuk integral di atas menjadi:

$$= \int_0^2 2\sqrt{x} dx + \int_2^4 2\sqrt{x} dx - \int_2^4 (2x - 4) dx$$

$$= \int_0^4 2\sqrt{x} dx - \int_2^4 (2x - 4) dx$$



**LOGIKA PRAKTIS:**

36. Dua dadu dilempar undi bersama satu kali. Peluang muncul jumlah kedua mata dadu 4 atau 7 adalah ....  
Perhatikan tabel cara menghafal kejadian jumlah angka pada pelemparan dua mata dadu pada penyelesaian TRIK SUPERKILAT di samping! Isilah jumlah angka pada dua dadu dengan angka urut dari 2 sampai 12. Lalu isi kolom banyak kejadian dimulai dari angka 1 lalu naik sampai 6, lalu turun lagi ke angka 1. Selesai deh!

Jumlah mata dadu 2, muncul 1 kali, jumlah mata dadu 3, muncul 2 kali, dan seterusnya!  
☺

A.  $\frac{5}{36}$

B.  $\frac{6}{36}$

C.  $\frac{7}{36}$

D.  $\frac{8}{36}$

~~E.  $\frac{9}{36}$~~

**Cara Biasa: (Peluang Kejadian)**

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

$S$  = kejadian melempar dua mata dadu =  $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), \dots, (6,6)\}$

$A$  = kejadian muncul mata dadu 4 =  $\{(1,3), (2,2), (3,1)\}$

$B$  = kejadian muncul mata dadu 7 =  $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

Diperoleh  $n(S) = 36$ ;  $n(A) = 3$ ;  $n(B) = 6$

Jadi,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{9}{36}$$

**TRIK SUPERKILAT: (Peluang Kejadian)**

Menghafal banyak kejadian jumlah angka pada pelemparan dua mata dadu.

Jumlah angka pada dua dadu	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Banyaknya kejadian	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

**LOGIKA PRAKTIS:**

37. Dari 10 calon pengurus OSIS akan dipilih 3 calon untuk mengikuti pelatihan. Banyak cara yang dapat dilakukan jika 1 orang calon tidak bersedia dipilih adalah....  
Trik menghitung cepat kombinasi  $n$  unsur dari  $r$  unsur adalah perkalian  $r$  angka terakhir dari  $n$  dibagi dengan perkalian  $r$  angka awal.

$$n = {}_9C_3 = \frac{3 \text{ angka terakhir dari } 9}{3 \text{ angka pertama}}$$

☺

A. 120

B. 90

~~C. 84~~

D. 78

E. 69

**TRIK SUPERKILAT: (Kaidah Pencacahan (Kombinasi))**

Dari 10 calon pengurus OSIS, yang sudah pasti tidak bersedia dipilih ada 1 orang, berarti yang bersedia dipilih ada 9 orang yang lainnya. Jadi, banyak cara yang dapat dilakukan dalam memilih 3 calon untuk mengikuti pelatihan, dari 9 orang yang masih bersedia dipilih adalah:

$$n = {}_9C_3 = \frac{3 \text{ angka terakhir dari } 9}{3 \text{ angka pertama}} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 3 \times 4 \times 7 = 84 \text{ cara}$$



38. Perhatikan data berikut!

Kelas	Data	Frekuensi	Frekuensi kumulatif ≤
1	20 – 25	4	4
2	26 – 31	6	10
3	32 – 37	6	16
4	38 – 43	10	26
5	44 – 49	12	38
6	50 – 55	8	46
7	56 – 61	4	50
Jumlah		50	

**Cara Biasa: (Statistika (Kuartil))**

Kuartil bawah adalah  $Q_1$

Banyak data  $n = 50$ , maka letak  $Q_1$  adalah  $\frac{1}{4}n = \frac{1}{4} \times 50 = 12,5$

Jadi  $Q_1$  terletak di kelas interval yg memuat data ke-12,5, yaitu kelas ke-3. (Perhatikan kolom frekuensi kumulatif ≤, terlihat jelas bahwa kelas ke-3 memuat data ke-11 sampai dengan data ke-16). Jadi kelas interval  $Q_1$  adalah 32 – 37, dimana nilai tepi bawah  $T_b = 31,5$ , frekuensi  $Q_1$   $f_{Q_1} = 6$ , panjang kelas interval  $p = 6$ , serta frekuensi kumulatif kurang dari 31,5 adalah  $f_k = 10$

$$Q_1 = T_b + \left( \frac{\frac{1}{4}n - f_k}{f_{Q_1}} \right) \cdot p$$

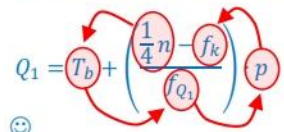
$$= 31,5 + \left( \frac{12,5 - 10}{6} \right) \cdot 6$$

$$= 31,5 + 2,5$$

$$= 34$$

**LOGIKA PRAKTIS:** Kuartil bawah dari data pada tabel berikut adalah ...

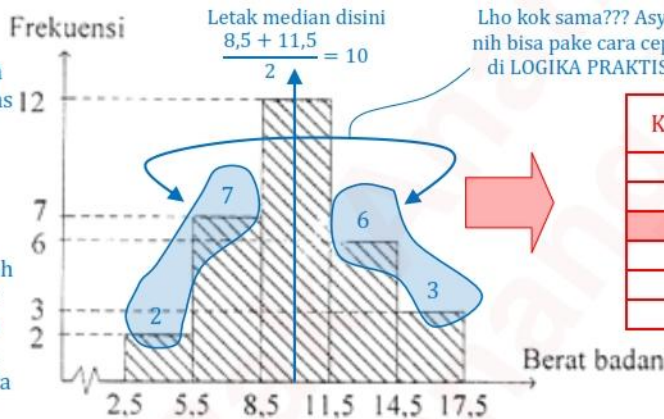
- Urutan variabel yang harus dicari dapat dilihat pada diagram alur berikut:
- A. 33,5
  - B. 34,0
  - C. 34,5
  - D. 35,0
  - E. 36,5



39. Data berat badan (dalam kg) 30 balita seperti disajikan dalam histogram berikut.

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan jumlah data di kiri dan di kanan kelas sama banyak, yaitu banyak data di kiri (2 + 7) data dan di kanan (6 + 3) data. Jadi, jelas mediannya berada di tengah-tengah interval yang tersisa di tengah di antara kedua bagian data tersebut ... Yaitu titik tengah antara 8,5 dan 11,5 yaitu 10



Kelas ke	Berat badan	frekuensi	Frekuensi kumulatif ≤
1	3 – 5	2	2
2	6 – 8	7	9
3	9 – 11	12	21
4	12 – 14	6	27
5	15 – 17	3	30
Jumlah		30	

Median dari data tersebut adalah ... **Cara Biasa: (Statistika (Median))**

- A. 8,50 kg
  - B. 8,75 kg
  - C. 9,00 kg
  - D. 9,50 kg
  - E. 10,00 kg
- Banyak data  $n = 30$ , maka letak median adalah  $\frac{1}{2}n = \frac{1}{2} \times 30 = 15$   
 Jadi median terletak di kelas interval yg memuat data ke-15, yaitu kelas ke-3. (Perhatikan kolom frekuensi kumulatif ≤, terlihat jelas bahwa kelas ke-3 memuat data ke-10 sampai dengan data ke-21).  
 Jadi kelas interval median adalah 9 – 11, dimana nilai tepi bawah  $T_b = 8,5$ , frekuensi median  $f_{Me} = 12$ , panjang kelas interval  $p = 3$ ; serta frekuensi kumulatif kurang dari 8,5 adalah  $f_k = 9$

$$Me = T_b + \left( \frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{Me}} \right) \cdot p$$

$$= 8,5 + \left( \frac{15 - 9}{12} \right) \cdot 3$$

$$= 8,5 + \frac{6}{4} = 8,5 + 1,5 = 10$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Syarat bilangan harus genap dan berbeda. Triknya:

- Lihat ada nolnya nggak??  A. 60
- Oh ternyata nggak ada. B. 90
- Ingat, 0 tidak bisa dipilih sebagai ratusan!! Ya kan? C. 108
- Bilangan genapnya ada 3 angka, yaitu D. 120
- 2, 4, dan 6. Ini artinya E. 126
- bilangan puluhan dan ratusan masing-masing bisa diisi 6 dan 5 bilangan.

**Cara Biasa: (Kaidah Pencacahan (Aturan Pengisian Tempat))**

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Angka satuan</b> : Angka satuan dapat dipilih <b>sebanyak 3 cara saja</b>, yaitu diisi dengan angka genap dari angka yang tersedia, yaitu angka 2, 4, dan 6 saja. Misal kita pilih angka 2 sebagai angka satuan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Angka puluhan</b> : Angka puluhan dapat diisi dengan angka selain angka 2 yang sudah digunakan sebagai angka satuan, dan sehingga untuk angka puluhan dapat dipilih <b>sebanyak 6 cara</b>, yaitu angka 1, 3, 4, 5, 6, dan 7. Misal kita pilih angka 1 sebagai angka puluhan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Angka ratusan</b> : Angka ratusan dapat diisi dengan angka selain angka 2 yang sudah digunakan sebagai angka satuan, dan angka 1 sebagai angka puluhan. Jadi angka ratusan hanya dapat dipilih <b>sebanyak 5 cara</b>, yaitu diisi dengan angka 3, 4, 5, 6, dan 7.</li> </ul>
---	--	---

Jadi, banyak bilangan genap yang terdiri tiga angka berbeda adalah:

Angka ratusan	Angka puluhan	Angka satuan	Banyak bilangan
5	6	3	$5 \times 6 \times 3 = 90$ bilangan

Pembahasan Soal UN Matematika SMA 2014 Paket 2 ini ditulis oleh Pak Anang.

Silahkan kunjungi <http://pak-anang.blogspot.com> untuk pembahasan soal UN 2014 yang lain.