

**DOKUMEN NEGARA  
SANGAT RAHASIA**



**Matematika SMA/MA IPA**

# **PEMBAHASAN UJIAN NASIONAL**

**TAHUN PELAJARAN 2012/2013**

**Paket Soal 5**

**SMA/MA  
PROGRAM STUDI  
IPA**

## **MATEMATIKA**

**Rabu, 17 April 2013 (07.30 – 09.30)**

**Oleh:**

**Pak Anang**

<http://pak-anang.blogspot.com>



**PUSPENDIK  
BALITBANG**

**BSNP**  
Badan Standar Nasional Pendidikan

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN**



## LOGIKA PRAKTIS:

Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \hline \therefore p \Rightarrow r \end{array}$$

Modus ponens:

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Kata "licin" di premis 1

dan 2, habis karena silogisme

maka "licin" ga mungkin

muncul di jawaban! B salah!

Pada premis 3 "hujan turun",

"hujan" ga muncul lagi di

jawaban. Jawaban A, C salah!

Premis 1, 2, 3 tidak memuat

kata "tidak", jadi jawaban juga

tidak memuat kata "tidak".

Jadi jawabannya pasti E!

## LOGIKA PRAKTIS:

Ingat  $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ 

"∀ pohon ⇒ bersih". Maka

"pohon" jangan di depan,

jawaban A, E pasti salah!

Kuantor "setiap" berada di

depan. Berarti tidak boleh ada

kuantor "setiap" di belakang.

Jawaban B, C salah!

Jadi jawabannya pasti D!

☺

## LOGIKA PRAKTIS:

Gunakan perkiraan untuk

mengecek jawaban benar!

 $\sqrt{3} \approx 1,7$ 

Disini tidak diperlukan

kalkulator, tapi hanya

perhitungan dengan metode

pendekatan dan perkiraan saja.

Perhatikan, biasanya siswa

SMA sudah hafal bilangan

kuadrat di bawah  $20^2$ , jadiapabila  $1,7^2 = 2,89$  artinyahampir 3, maka  $\sqrt{3} \approx 1,7$ 

☺

LOGIKA PRAKTIS:

Ingat sifat logaritma berikut:

 ${}^a \log^2 b = {}^a \log b \cdot {}^a \log b$  ${}^a \log b + {}^a \log c = {}^a \log(bc)$  ${}^a \log b - {}^a \log c = {}^a \log\left(\frac{b}{c}\right)$ 

☺

LOGIKA PRAKTIS:

Ingat sifat logaritma berikut:

 ${}^a \log^2 b = {}^a \log b \cdot {}^a \log b$  ${}^a \log b + {}^a \log c = {}^a \log(bc)$  ${}^a \log b - {}^a \log c = {}^a \log\left(\frac{b}{c}\right)$ 

☺

LOGIKA PRAKTIS:

Ingat sifat logaritma berikut:

 ${}^a \log^2 b = {}^a \log b \cdot {}^a \log b$  ${}^a \log b + {}^a \log c = {}^a \log(bc)$  ${}^a \log b - {}^a \log c = {}^a \log\left(\frac{b}{c}\right)$ 

☺

Nama : **Pak Anang**

No Peserta : <http://pak-anang.blogspot.com>

1. Diketahui premis-premis sebagai berikut:

Premis 1 : Jika hujan turun maka jalan menjadi licin.

Premis 2 : Jika jalan menjadi licin maka pengendara sepeda motor menepi.

Premis 3 : Hujan turun.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah ...

- A. ~~Hujan turun.~~
- B. ~~Jalan menjadi licin.~~
- C. ~~Hujan tidak turun.~~
- D. Pengendara sepeda motor ~~tidak~~ menepi.
- ~~E.~~ Pengendara sepeda motor menepi.

TRIK SUPERKILAT: (Penarikan Kesimpulan)

hujan ⇒ licin

licin ⇒ menepi

hujan



hujan ⇒ menepi

hujan

∴ menepi

2. Pernyataan yang setara dengan pernyataan "Jika setiap orang menanam pohon maka udara bersih" adalah ...

- A. Jika beberapa orang tidak menanam ~~pohon~~ maka udara tidak bersih.
- B. Jika udara bersih maka ~~setiap~~ orang menanam pohon.
- C. Jika udara tidak bersih maka ~~setiap~~ orang tidak menanam pohon.
- ~~D.~~ Jika udara tidak bersih maka beberapa orang tidak menanam pohon.
- E. Jika semua orang tidak menanam ~~pohon~~ maka udara tidak bersih.

TRIK SUPERKILAT: (Pernyataan Senilai Implikasi)  $\forall$  pohon ⇒ bersih  $\equiv$   $\sim$ bersih ⇒  $\exists$   $\sim$ pohon3. Bentuk rasional dari  $\frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$  adalah ....

- A.  $\frac{1}{6}(3+5\sqrt{3})$  Catatan LOGIKA PRAKTIS:  
Ingat:  $\sqrt{3} \approx 1,7$
- ~~B.~~  $\frac{1}{6}(9+5\sqrt{3})$   $\frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{3,7}{1,3} \approx 3 \approx \frac{1}{6}(18) \approx \frac{1}{12}(36)$
- C.  $\frac{1}{6}(9+\sqrt{3})$  Karena  $\frac{1}{12}(9+\sqrt{3})$  dan  $\frac{1}{12}(3+\sqrt{3})$  sangat jauh dari  $\frac{1}{12}(36)$ . Jadi jawaban D, E salah!
- D.  $\frac{1}{12}(9+\sqrt{3})$  Diantara  $\frac{1}{6}(3+5\sqrt{3})$ ,  $\frac{1}{6}(9+5\sqrt{3})$ ,  $\frac{1}{6}(9+\sqrt{3})$
- E.  $\frac{1}{12}(3+\sqrt{3})$  yang mendekati  $\frac{1}{6}(18)$  adalah  $\frac{1}{6}(9+5\sqrt{3})$ .

Jelas jawabannya adalah B!

Cara Biasa: (Rasionalisasi Bentuk Akar)

$$\begin{aligned} \frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} &= \frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \times \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \\ &= \frac{2(3+\sqrt{3}) + \sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} \\ &= \frac{6+2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 3}{9-3} \\ &= \frac{9+5\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{1}{6}(9+5\sqrt{3}) \end{aligned}$$

4. Bentuk sederhana dari  $\frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b}$  adalah ....

- A. -1
- B. 1
- ~~C.~~  $\log \frac{a}{b}$
- D.  $\log a - b$
- E.  $\log(a-b)$

Cara Biasa: (Logaritma)

$$\begin{aligned} \frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b} &= \frac{(\log a + \log b)(\log a - \log b)}{\log a + \log b} \\ &= \log a - \log b \\ &= \log\left(\frac{a}{b}\right) \end{aligned}$$





5. Akar-akar persamaan  $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika  $\alpha = 2\beta$  dan  $a > 0$  maka nilai  $a = \dots$

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 6
- E. 8

**TRIK SUPERKILAT:**

**(Persamaan Kuadrat (PK))**  
 PK:  $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$   
 $\Rightarrow a = 1; b = (a-1); c = 2$   
 Sifat perbandingan akar-akar PK adalah  $\alpha = 2\beta \Rightarrow n = 2$

$nb^2 = (n+1)^2 ac$   
 $\Leftrightarrow 2(a-1)^2 = (3)^2(1)(2)$   
 $\Leftrightarrow (a-1)^2 = 9$   
 $\Leftrightarrow (a-1) = \pm 3$   
 Sehingga,  
 $a = 1 + 3 = 4$  atau  $a = 1 - 3 = -2$   
~~Tidak memenuhi~~

Jadi, karena  $a > 0$ , maka nilai  $a = 4$

6. Agar fungsi  $f(x) = mx^2 + 2mx + (m+2)$  definit positif, maka nilai  $m$  yang memenuhi adalah ....

- A.  $-3 < m < 0$
- B.  $-1 < m < 0$
- C.  $m < -3$
- D.  $m < -1$
- E.  $m > 0$

**Cara Biasa: (Fungsi Kuadrat (FK))**

Syarat FK definit positif:  
 •  $a > 0 \Rightarrow m > 0$   
 •  $D < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0$   
 $\Leftrightarrow (2m)^2 - 4(m)(m+2) < 0$   
 $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m^2 - 8m < 0$   
 $\Leftrightarrow -8m < 0$   
 $\Leftrightarrow m > 0$

7. Batas-batas nilai  $m$  yang menyebabkan persamaan kuadrat  $mx^2 + (2m-1)x + m-2 = 0$  mempunyai akar-akar real adalah ....

- A.  $m \geq -\frac{9}{4}$  dan  $m \neq 0$
- B.  $m \geq -\frac{7}{4}$  dan  $m \neq 0$
- C.  $m \geq -\frac{1}{4}$  dan  $m \neq 0$
- D.  $m > \frac{1}{4}$
- E.  $m > \frac{9}{4}$

**Cara Biasa: (Diskriminan Persamaan Kuadrat (PK))**

PK:  $mx^2 + (2m-1)x + (m-2) = 0$   
 $\Rightarrow a = m; b = (2m-1); c = (m-2)$   
 • Syarat disebut PK apabila  $a \neq 0 \Rightarrow m \neq 0$   
 • Syarat akar-akar PK real:  
 $D \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$   
 $\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 4(m)(m-2) \geq 0$   
 $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 8m \geq 0$   
 $\Leftrightarrow 4m + 1 \geq 0$   
 $\Leftrightarrow 4m \geq -1$   
 $\Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}$

Jadi nilai  $m$  yang menyebabkan akar-akar PK tersebut real dan berbeda adalah  $m \geq -\frac{1}{4}; m \neq 0$

8. Harga 3 buah tas dan 2 buah dompet adalah Rp100.000,00, sedangkan harga 1 buah tas dan 3 buah dompet yang sama adalah Rp62.500,00. Gladis membeli tas dan dompet masing-masing 1 buah, untuk itu ia harus membayar sebesar ....

- A. Rp27.500,00
- B. Rp32.500,00
- C. Rp35.000,00
- D. Rp37.500,00
- E. Rp42.500,00

**Cara Biasa: (Sistem Persamaan Linear)**

$3t + 2d = 100.000 \times 3 \quad | \quad 9t + 6d = 300.000$   
 $t + 3d = 62.500 \times 2 \quad | \quad 2t + 6d = 125.000$   
 $\hline 7t = 175.000 \Rightarrow t = 25.000$   
 $\Rightarrow 3t = 62.500 - 25.000$   
 $\Rightarrow 3t = 37.500$   
 $\Rightarrow t = 12.500$

$t + d = (25.000) + (12.500) = 37.500$

Jadi, untuk membeli 1 tas dan 1 dompet, maka Gladis harus membayar sebesar Rp37.500,00

9. Sebuah lingkaran memiliki titik pusat (2, 3) dan berdiameter 8 cm. Persamaan lingkaran tersebut adalah ....

- A.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$
- B.  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$
- C.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$
- D.  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 3 = 0$
- E.  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$

**Cara Biasa: (Persamaan Lingkaran)**

$P = (2, 3) \Rightarrow a = 5; b = 2$   
 $d = 8 \Rightarrow r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}(8) = 4$   
 Persamaan lingkaran dengan pusat  $(a, b)$  dan jari-jari  $r$ :  
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$   
 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = (4)^2$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 16$   
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 - 16 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Misal Persamaan Kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  memiliki akar-akar yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ .  
 Apabila  $\alpha = n\beta$ , maka berlaku  $nb^2 = (n+1)^2 ac$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Definit positif terjadi apabila nilai  $f(x)$  selalu positif  
 Artinya, grafik  $f(x)$  selalu menghadap ke atas, syarat  $a > 0$ .  
 Grafik  $f(x)$  tidak berpotongan dengan sb X, syaratnya  $D < 0$ .

**LOGIKA PRAKTIS:**

Cara mengingat sifat-sifat diskriminan PK adalah melihat bentuk  $\sqrt{D}$  pada rumus ABC:  
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$   
 • Akar-akar PK real apabila  $D \geq 0$ ,  
 $\checkmark D > 0$ , akar real berbeda.  
 $\checkmark D = 0$ , akar real kembar.  
 • Akar-akar PK imajiner apabila  $D < 0$ , karena nilai akar bilangan negatif adalah bilangan imajiner.

**LOGIKA PRAKTIS:**

Gunakan metode Determinan Matriks untuk menyelesaikan soal SPL:  
 $x + y = \frac{D_x + D_y}{D}$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan!  
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$   
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$   
 Dari pembentukan persamaan lingkaran, nilai A dan B adalah negatif dua kalinya dari pusat lingkaran, maka kita pasti bisa menentukan koefisien  $x = -4$ , dan pastinya koefisien  $y = -6$ .





10. Suku banyak  $f(x) = 2x^3 + px^2 + 10x + 3$  habis dibagi  $(x + 1)$ . Salah satu faktor linear

**LOGIKA PRAKTIS:**

$(x + 1)$  faktor dari  $f(x)$  lainnya adalah ....  
 jika dan hanya jika  $f(-1) = 0$   
 Jadi kita harus membuktikan dulu bahwa  $f(-1) = 0$ .  
 Lalu dengan metode horner, kita akan mencari hasil pembagian  $f(x)$  oleh  $(x + 1)$ , dan faktorkan hasil pembagian tersebut untuk mencari faktor yang lain

- A.  $x - 3$
- B.  $x + 1$
- ~~C.  $2x + 1$~~
- D.  $2x + 3$
- E.  $3x + 2$

**Cara Biasa: (Teorema Faktor)**

$(x + 1)$  faktor dari  $f(x) \Leftrightarrow f(-1) = 0$   
 $f(-1) = 0 \Rightarrow 2(-1)^3 + p(-1)^2 + 10(-1) + 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow -2 + p - 10 + 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow p - 9 = 0$   
 $\Leftrightarrow p = 9$   
 Jadi  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 10x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 9 & 10 & 3 \\ & & -2 & -7 & -3 \\ \hline & 2 & 7 & 3 & 0 \end{array}$$

Sehingga diperoleh hasil bagi:  
 $2x^2 + 7x + 3 \Rightarrow (2x + 1)(x + 3)$   
 Jadi, salah satu faktor  $f(x)$  adalah  $(2x + 1)$

11. Diketahui fungsi  $f(x) = x^2 - x + 3$  dan  $g(x) = 3x - 2$ . Fungsi komposisi  $(f \circ g)(x)$  adalah ....

**LOGIKA PRAKTIS:**

Cek nilai  $(f \circ g)(x)$  dan salah satu diantara jawaban A, B, C, D, E haruslah bernilai sama ketika disubstitusi dg sebuah nilai  $x$ !  
 Nilai  $x$  yang paling mudah disubstitusikan adalah  $x = 1$ !  
 Hanya jawaban A yang benar!

- A.  $3x^2 - 4x + 3$
- B.  $3x^2 - 3x + 7$
- C.  $3x^2 + 5x + 3$
- D.  $6x^2 - 12x + 9$
- ~~E.  $9x^2 - 15x + 9$~~

**Cara Biasa: (Komposisi Fungsi)**

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$   
 $= f(3x - 2)$   
 $= (3x - 2)^2 - (3x - 2) + 3$   
 $= 9x^2 - 12x + 4 - 3x + 2 + 3$   
 $= 9x^2 - 15x + 9$

**TRIK SUPERKILAT:**

Misal  $x = 1 \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow g(1) = 3$   
 Kita cek pada jawaban:  
 A.  $f(0) = 3 - 4 + 3 = 3$  (BENAR!)  
 B.  $f(0) = 3 - 3 + 7 \neq 3$  (salah!)  
 C.  $f(0) = 3 + 5 + 3 \neq 3$  (salah!)  
 D.  $f(0) = 6 - 12 + 9 \neq 3$  (salah!)  
 E.  $f(0) = 9 - 15 + 9 \neq 3$  (salah!)

12. Diketahui  $g(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$ . Invers fungsi  $g(x)$  adalah  $g^{-1}(x) = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan  
 $g(x) = \frac{1x-1}{2x+1}$   
 1 pindah menjadi -1  
 Dan lihat syarat penyebut tidak boleh nol, karena penyebutnya nanti menjadi  $(2x-1)$  maka syarat penyebut invers fungsi tersebut adalah  $x \neq \frac{1}{2}$  sehingga jawaban yang benar hanya jawaban B saja.

- A.  $\frac{2x+1}{x-1}, x \neq 1$
- ~~B.  $\frac{x+1}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2}$~~
- C.  $\frac{x-2}{1-x}, x \neq 1$
- D.  $\frac{1-2x}{x+1}, x \neq -1$
- E.  $\frac{2x-1}{x+1}, x \neq -1$

**Cara Biasa: (Invers Fungsi)**

$f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$   
 $y = \frac{x-1}{2x+1}$   
 $y(2x+1) = x-1$   
 $2xy + y = x-1$   
 $2xy - x = -y-1$   
 $x(2y-1) = -y-1$   
 $x = \frac{-y-1}{2y-1}$   
 $x = \frac{y+1}{1-2y}$   
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x}$

**TRIK SUPERKILAT:**

Perhatikan letak  $a$  dan  $d$  ditukar dan dikalikan negatif (tanda berubah)

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1x-1}{2x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-1x-1}{2x-1}$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m<sup>2</sup>. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m<sup>2</sup> dan mobil besar 20 m<sup>2</sup>. Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah ....

**LOGIKA PRAKTIS:**

Cari gradien yaitu nilai perbandingan dari koefisien  $x$  dan  $y$ .  
 Apabila dicari nilai maksimum:  
 •  $m_1 < m_f < m_2$ , maka titik optimum di titik potong kedua fungsi kendala.  
 •  $m_f$  paling kecil, titik optimum di sumbu Y.  
 •  $m_f$  paling besar, titik optimum di sumbu X.

- A. Rp176.000,00
- B. Rp200.000,00
- ~~C. Rp260.000,00~~
- D. Rp300.000,00
- E. Rp340.000,00

**TRIK SUPERKILAT:**

$4x + 20y \leq 1.760 \Rightarrow m_1 = 4/20$   
 $x + y \leq 200 \Rightarrow m_2 = 1/1$   
 $f(x, y) = 1.000x + 2.000y \Rightarrow m_f = 1/2$   
 Karena  $m_1 < m_f < m_2$ , maka letak titik optimum adalah pada titik potong antara kedua fungsi kendala.

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 440 \\ 1 & 200 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-240}{-4} = 60$$

$$x + y = 200 \Rightarrow x + 60 = 200 \Rightarrow x = 140$$

Jadi, nilai maksimumnya adalah:  
 $f(140, 60) = 1.000(140) + 2.000(60) = \text{Rp}260.000,00$

14. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ -2 & b \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ , dan  $A \cdot B = C$ . Nilai dari

**LOGIKA PRAKTIS:**

$a + b = \dots$   
 Pada soal di samping, kita hanya perlu melihat baris dan kolom manakah yang bersesuaian dg variabel-variabel yang ditanyakan. Lalu selesaikanlah operasi aljabar yang memuat variabel-variabel tersebut!

- A. -6
- B. -5
- ~~C. -1~~
- D. 1
- E. 5

**Cara Biasa: (Matriks)**

$AB = C$   
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 3 \\ -2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$   
 $\begin{pmatrix} (1)(a) + (2)(-2) & (1)(3) + (2)(b) \\ (3)(a) + (4)(-2) & (3)(3) + (4)(b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$   
 $\begin{pmatrix} a-4 & 3+2b \\ 3a-8 & 9+4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

$$a - 4 = -2 \Rightarrow a = -2 + 4 \Rightarrow a = 2$$

$$3 + 2b = -3 \Rightarrow 2b = -3 - 3 \Rightarrow 2b = -6 \Rightarrow b = -3$$

Jadi,  
 $a + b = 2 + (-3) = -1$





**LOGIKA PRAKTIS:**

$2\vec{b}$  artinya kalikan vektor  $\vec{b}$  dengan bilangan 2. Lalu selesaikanlah operasi aljabar vektor tersebut!

15. Diketahui vektor  $\vec{a} = 3i - 2j + k$ ,  $\vec{b} = 2i - 3k$ , dan  $\vec{c} = j - 2k$ . Vektor yang mewakili

$2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$  adalah ....

- A.  $12i - 5j + 12k$
- ~~B.  $-3j + 9k$~~
- C.  $-7j - 9k$
- D.  $-3i - 3j + 9k$
- E.  $3i - j + 9k$

**Cara Biasa: (Operasi Aljabar Vektor)**

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}; \vec{c} = \vec{j} - 2\vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Soal di samping cukup menjebak. Perhatikan, pertanyaan pada soal adalah nilai **tangen**, bukan nilai **cosinus**!

16. Diketahui  $\vec{p} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Apabila  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk antara vektor  $\vec{p}$

dan  $\vec{q}$ , maka  $\tan \alpha = \dots$

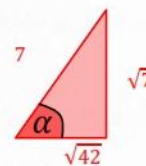
- ~~A.  $\frac{1}{6}\sqrt{6}$~~
- B.  $\frac{1}{7}\sqrt{7}$
- C.  $\frac{6}{7}\sqrt{7}$
- D.  $\sqrt{6}$
- E.  $\sqrt{7}$

**Cara Biasa: (Sudut antara dua vektor)**

$$\cos \theta = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{|\vec{p}| |\vec{q}|}$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-3)^2 + 3^2 + 0^2} \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2}}$$

$$= \frac{-3 + 9 + 0}{\sqrt{18} \sqrt{14}} = \frac{6}{6\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$



$$\tan \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{42}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{6}$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Vektor proyeksi  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$

17. Diketahui  $\vec{a} = 2i + 2j + 9k$  dan  $\vec{b} = 2i - 2j + k$ . Proyeksi vektor orthogonal  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah ....

- ~~A.  $3i - 3j + k$~~
- ~~B.  $3i - 5j - 2k$~~
- C.  $4i - 4j + 2k$
- ~~D.  $2i - 2j + k$~~
- ~~E.  $5i + 5j + 5k$~~

**Cara Biasa: (Proyeksi vektor)**

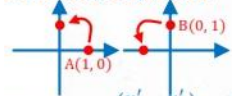
$$\text{Proyeksi } \vec{a} \text{ ke } \vec{b} = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \cdot \vec{b} = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}}{(\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2})^2} \cdot \vec{b} = \frac{4 - 4 + 9}{(\sqrt{9})^2} \cdot \vec{b}$$

$$= 1 \cdot \vec{b} = 1 \cdot (2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{c} = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \cdot \vec{b}$$

Terlihat jelas vektor proyeksi  $\vec{c}$  adalah kelipatan dari vektor  $\vec{b}$ .

**LOGIKA PRAKTIS:**



$$M_{R(0,90^\circ)} = \begin{pmatrix} x'_A & x'_B \\ y'_A & y'_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Titik S dirotasikan lalu dicerminkan.

$$P'' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

18. Bayangan titik S (2, 4) oleh rotasi yang berpusat di O(0, 0) sejauh  $90^\circ$  berlawanan arah jarum jam dan dilanjutkan oleh pencerminan terhadap garis  $y = x$  adalah ....

- ~~A.  $S''(2, -4)$~~
- B.  $S''(-2, 4)$
- C.  $S''(2, 4)$
- D.  $S''(-4, -2)$
- E.  $S''(-4, 2)$

**Cara Biasa: (Transformasi)**

$$S \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R(0,90^\circ)} S' = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{M_{y=x}} S'' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Pilihan jawaban haruslah memenuhi syarat numerus dimana numerus logaritma tidak boleh nol dan negatif.  $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$  sehingga jawaban A, B, D, E SALAH..!!

19. Penyelesaian pertidaksamaan  ${}^2\log x + {}^2\log(x - 1) < 1$  adalah ....

- A.  ~~$-1 < x < 2$~~
- B.  ~~$0 < x < 1$~~
- ~~C.  $1 < x < 2$~~
- D.  $1 \leq x < 2$
- E.  ~~$0 < x < 2$~~

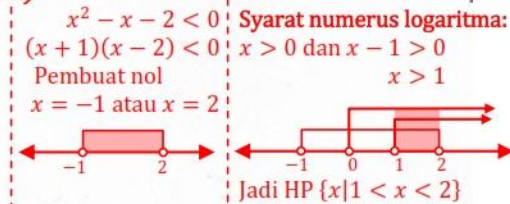
**Cara Biasa: (Pertidaksamaan Logaritma)**

$${}^2\log x + {}^2\log(x - 1) < 1$$

$${}^2\log x(x - 1) < {}^2\log 2$$

$${}^2\log(x^2 - x) < {}^2\log 2$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

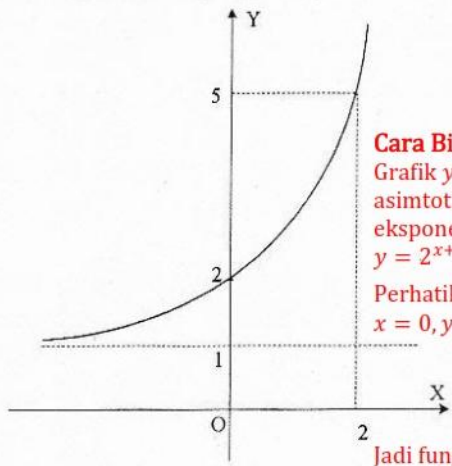


Jawaban A, B, D, E SALAH, karena masih memuat bilangan 1 atau kurang dari 1..!!





20. Persamaan grafik fungsi pada gambar berikut adalah ....



**Cara Biasa: (Fungsi Eksponen atau Logaritma)**

Grafik  $y = f(x)$  monoton naik menuju  $\infty$  dan asimtot datar  $y = 1$ , maka grafik  $y$  adalah grafik eksponen dengan bentuk persamaan grafik adalah  $y = 2^{x+a} + 1$ .

Perhatikan, karena  $f(x)$  melewati  $(0, 2)$ , maka:

$$\begin{aligned} x = 0, y = 2 &\Rightarrow 2 = 2^{0+b} + 1 \\ &\Leftrightarrow 2 - 1 = 2^b \\ &\Leftrightarrow 1 = 2^b \\ &\Leftrightarrow b = 0 \end{aligned}$$

Jadi fungsi tersebut adalah  $y = 2^x + 1$

**TRIK SUPERKILAT:**

Uji titik  $(0, 2)$  dan  $(2, 5)$  pada setiap jawaban.

- A.  $(0, 2) \Rightarrow 2 = 2^1 \Leftrightarrow 2 = 2$  (benar)
- $(2, 5) \Rightarrow 5 = 2^3 \Leftrightarrow 5 \neq 8$  (salah)
- B.  $(0, 2) \Rightarrow 2 = 2^0 + 1 \Leftrightarrow 2 = 2$  (benar)
- $(2, 5) \Rightarrow 5 = 2^2 + 1 \Leftrightarrow 5 = 5$  (benar)
- C.  $(0, 2) \Rightarrow 2 = 2^1 + 1 \Leftrightarrow 2 \neq 3$  (salah)
- D.  $(0, 2) \Rightarrow 2 = 2^2 \log 1 \Leftrightarrow 2 \neq 0$  (salah)
- E.  $(0, 2) \Rightarrow 2 = 1 + 2^2 \log 0 \Leftrightarrow 2 \neq \text{error}$

Jadi, jawaban benar adalah B.

- A.  $f(x) = 2^{x+1}$
- ~~B.  $f(x) = 2^x + 1$~~
- C.  $f(x) = 2^{x+1} + 1$
- D.  $f(x) = {}^2\log(x+1)$
- E.  $f(x) = 1 + {}^2\log x$

21. Suku ke-4 dan suku ke-12 dari barisan aritmetika berturut turut 36 dan 100. Jumlah 20 suku pertama deret aritmetika tersebut adalah ....

**Cara Biasa: (Barisan dan Deret Aritmetika)**

$$\begin{aligned} U_4 = 36 &\Rightarrow a + 3b = 36 \\ U_{12} = 100 &\Rightarrow a + 11b = 100 \\ \hline -8b &= -64 \\ \Leftrightarrow b &= 8 \\ a + 3(8) &= 36 \\ \Leftrightarrow a + 24 &= 36 \\ \Leftrightarrow a &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(2a + (n-1)b) \\ S_{20} &= \frac{20}{2}(2(12) + 19(8)) \\ &= 10 \cdot (24 + 152) \\ &= 10 \cdot 176 \\ &= 1760 \end{aligned}$$

**TRIK SUPERKILAT:**

$$\begin{aligned} b &= \frac{U_{12} - U_4}{12 - 4} = \frac{100 - 36}{8} = 12 \\ S_{20} &= \frac{20}{2}(U_1 + U_{20}) \\ &= 10(U_{12} + U_{12} - 3b) \\ &= 10(100 + 100 - 3(8)) \\ &= 10(176) \\ &= 1760 \end{aligned}$$

22. Sebuah bola dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 5 m dan memantul kembali dengan tinggi  $\frac{3}{4}$  dari ketinggian semula. Panjang lintasan bola tersebut sampai bola berhenti adalah ....

**Cara Biasa: (Deret Geometri Tak Hingga)**

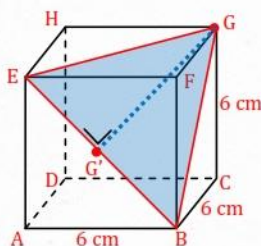
$$\begin{aligned} S &= 2S_{\infty} - a = 2\left(\frac{a}{1-r}\right) - a \\ s &= 2\left(\frac{5}{1-\frac{3}{4}}\right) - 5 = 2\left(\frac{5}{\frac{1}{4}}\right) - 5 = 40 - 5 = 35 \text{ meter} \end{aligned}$$

**TRIK SUPERKILAT:**

$$\begin{aligned} s &= 5\left(\frac{4+3}{4-3}\right) \\ &= 5 \cdot \frac{7}{1} \\ &= 35 \text{ meter} \end{aligned}$$

23. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Jarak titik G ke diagonal BE adalah ....

- ~~A.  $3\sqrt{6}$  cm~~
- ~~B.  $6\sqrt{6}$  cm~~
- ~~C.  $9\sqrt{6}$  cm~~
- D.  $3\sqrt{10}$  cm
- ~~E.  $9\sqrt{10}$  cm~~



**Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Jarak))**

Jarak titik G ke diagonal BE adalah  $GG'$ . EG, AB, dan BG adalah diagonal bidang,  $EG = AB = BG = 6\sqrt{2}$  cm. Perhatikan  $\triangle EGB$ , panjang ruas garis  $GG'$  dapat ditentukan dengan teorema Pythagoras berikut:  
 $GG' = \sqrt{GE^2 - EG^2}$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} GG' &= \sqrt{GE^2 - EG^2} \\ &= \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{72 - 18} \\ &= \sqrt{54} \\ &= 3\sqrt{6} \text{ cm} \end{aligned}$$





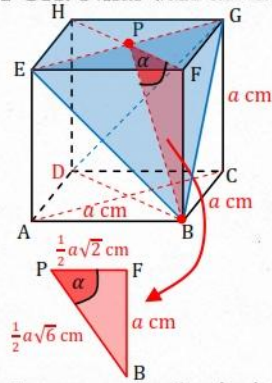
24. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk  $a$  cm. Sudut  $\alpha$  adalah sudut antara bidang BEG dan bidang EFGH. Nilai dari  $\tan \alpha = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan segitiga BPF, karena  $\triangle BPF$  siku-siku di  $F$ , maka dengan menggunakan definisi trigonometri "cos sami" akan diperoleh nilai kosinus sudut tersebut, yaitu:

$$\cos \alpha = \frac{\text{sisi samping sudut}}{\text{sisi miring}} = \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{2}}{\frac{1}{2}a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

- A.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$
- B.  $\sqrt{3}$
- C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D.  $\sqrt{2}$
- E.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$



**Cara Biasa: (Dimensi Tiga (Sudut))**

Sudut antara bidang BEG dengan bidang EFGH adalah sudut yang dibentuk oleh garis  $PF$  dan  $PB$ . Karena  $\triangle BPF$  siku-siku di  $F$ , maka dengan menggunakan definisi trigonometri "cos sami" akan diperoleh nilai kosinus sudut tersebut, yaitu:

$HF$  diagonal bidang,  $HF = a\sqrt{2}$  cm.  
 $F$  adalah proyeksi  $B$  di bidang  $EFGH$ ,  $BF \perp EFGH$ , jadi  $\triangle BPF$  siku-siku di  $F$ .  
 $BF = a$  cm,  
 $P$  titik potong diagonal pada bidang  $EFGH$ , maka  $PF = PH$ , sehingga:  
 $PF = \frac{1}{2}HF = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$  cm  
 Perhatikan  $\triangle BPF$ ,  
 $BP = \sqrt{PF^2 + BF^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2 + (a)^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{6}$  cm

Sudut antara bidang BEG dengan bidang EFGH adalah sudut yang dibentuk oleh garis  $PF$  dan  $PB$ . Karena  $\triangle BPF$  siku-siku di  $F$ , maka dengan menggunakan definisi trigonometri "cos sami" akan diperoleh nilai kosinus sudut tersebut, yaitu:

$$\cos \alpha = \frac{\text{sisi samping sudut}}{\text{sisi miring}} = \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{2}}{\frac{1}{2}a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

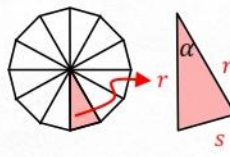
25. Dalam sebuah lingkaran yang berjari-jari 6 cm dibuat segi-12 beraturan. Panjang sisi segi-12 beraturan tersebut adalah ....

**LOGIKA PRAKTIS:**

Sisi segi-12 itu sedikitiiiiiiii lebih kecil dari keliling lingkaran. Keliling lingkaran berjari-jari  $r$  adalah  $2\pi r$ , senilai dg  $6,28r$ . Jadi sisi segi 12 =  $6,28r : 12$  mendekati  $0,5r$ .

Karena  $\sqrt{3} \approx 1,7$ , maka hanya  $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$  yg mendekati  $0,5r$  (Bukti:  $\sqrt{2-\sqrt{3}} \approx \sqrt{0,3} \approx 0,5 \dots$ )  
 Jadi, jelas jawabannya A!

- A.  $6\sqrt{2-\sqrt{3}}$  cm
- B.  $6\sqrt{2-\sqrt{2}}$  cm
- C.  $6\sqrt{3-\sqrt{2}}$  cm
- D.  $6\sqrt{3+\sqrt{3}}$  cm
- E.  $6\sqrt{3+\sqrt{2}}$  cm



**Catatan TRIK SUPERKILAT:**

Perhatikan, pada segi- $n$  beraturan terdapat  $n$  buah segitiga yg kongruen, Panjang  $s$  bisa dicari menggunakan aturan cosinus:  
 $s^2 = r^2 + r^2 + 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos\left(\frac{360^\circ}{n}\right) \Leftrightarrow s = r\sqrt{2\left(1 - \cos\left(\frac{360^\circ}{n}\right)\right)}$   
 Jadi, panjang sisi segi- $n$ :  $s_{\text{segi-n}} = r\sqrt{2\left(1 - \cos\left(\frac{360^\circ}{n}\right)\right)}$

**TRIK SUPERKILAT: (Aturan Sinus dan Kosinus)**

$$s_{\text{segi-12}} = 6\sqrt{2(1 - \cos 30^\circ)} = 6\sqrt{2\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)} = 6\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

26. Himpunan penyelesaian persamaan  $4 \sin x = 1 + 2 \cos 2x$ ,  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....

**LOGIKA PRAKTIS:**

Dengan mudah kita melihat bahwa pola pengerjaan soal di samping adalah mengubah persamaan soal menjadi persamaan kuadrat dengan  $\cos x$  sebagai variabelnya. Ingat  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

- A.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- B.  $\{30^\circ, 210^\circ\}$
- C.  $\{150^\circ, 210^\circ\}$
- D.  $\{210^\circ, 330^\circ\}$
- E.  $\{240^\circ, 300^\circ\}$

**Cara Biasa: (Persamaan Trigonometri)**

$$4 \sin x = 1 + 2 \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow -2 \cos 2x + 4 \sin x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(1 - 2 \sin^2 x) + 4 \sin x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x + 3)(2 \sin x - 1) = 0$$

Pembuat nol

$$\Leftrightarrow 2 \sin x + 3 = 0 \text{ atau } 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = -\frac{3}{2} \text{ atau } \sin x = \frac{1}{2}$$

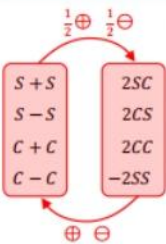
Jadi, nilai  $x$  memenuhi persamaan:

- $\sin x = -\frac{3}{2}$
- Tidak memenuhi karena  $|\sin x| \leq 1$
- $\sin x = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$
- Kuadran I:  $\sin x = \sin 30^\circ$
- Kuadran II:  $\sin x = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \cos 150^\circ$

27. Nilai dari  $\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ - \cos 15^\circ}$  adalah ....

**LOGIKA PRAKTIS:**

Cara mudah mengingat dan menghafal rumus jumlah selisih sinus kosinus adalah:



- A.  $-\sqrt{3}$
- B.  $-1$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- E.  $\sqrt{3}$

**Cara Biasa: (Rumus Jumlah Selisih Sinus Kosinus)**

$$\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(105^\circ + 15^\circ) \sin \frac{1}{2}(105^\circ - 15^\circ)}{-2 \sin \frac{1}{2}(75^\circ + 15^\circ) \sin \frac{1}{2}(75^\circ - 15^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 120^\circ \sin 45^\circ}{-\sin 45^\circ \sin 30^\circ}$$

$$= \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

28. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - 2x - 4) = \dots$

**LOGIKA PRAKTIS:**

Penyelesaian limit tak hingga berbentuk

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r}$$

adalah  $\frac{b-q}{2\sqrt{a}}$

- A.  $-8$
- B.  $-6$
- C.  $2$
- D.  $6$
- E.  $8$

**TRIK SUPERKILAT: (Limit Fungsi Aljabar)**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - 2x - 4) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - (2x + 4))$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - \sqrt{4x^2 + 16x + 16})$$

$$= \frac{-8 - 16}{2\sqrt{4}}$$

$$= \frac{-24}{4} = -6$$





**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Pada limit trigonometri yg memuat bentuk sinus atau tangen dan menghasilkan bentuk tak tentu 0/0 adalah mencoret sinus dan tangen dan menyisakan sudutnya saja. Lalu mencoret variabel yang sama pada pembilang dan penyebut.

29. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \sin 2x} = \dots$

- A. 4
- ~~B. 2~~
- C. 0
- D. -2
- E. -4

**Cara Biasa: (Limit Fungsi Trigonometri)**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x \cdot \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \sin 2x}{x \cdot \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 2x} \\ &= 2 \cdot 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

**TRIK SUPERKILAT**

Coret sin dan ubah cos!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \sin 2x} = \frac{(2x)^2}{x \cdot 2x} = \frac{4x^2}{2x^2} = 2$$

30. Diketahui dua bilangan bulat  $p$  dan  $q$  yang memenuhi hubungan  $q - 2p = 50$ . Nilai minimum dari  $p^2 + q^2$  adalah ...

**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Nilai optimum fungsi  $f(x)$  akan terjadi untuk  $x$  yang menyebabkan nilai turunan pertamanya  $f'(x)$  sama dengan nol.

- A. 100
- B. 250
- ~~C. 500~~
- D. 1250
- E. 5000

**Cara Biasa: (Aplikasi Turunan)**

$$\begin{aligned} q - 2p &= 50 \Rightarrow q = 2p + 50 \\ \text{Substitusikan } q = 2p + 50 \text{ ke } x &= p^2 + q^2, \text{ diperoleh:} \\ q &= 50 + 2p \Rightarrow x = p^2 + (2p + 50)^2 \\ &\Leftrightarrow x = p^2 + 4p^2 + 200p + 2500 \\ &\Leftrightarrow x = 5p^2 + 200p + 2500 \\ \text{Turunan pertama dari } x \text{ adalah:} \\ x &= 5p^2 + 200p + 2500 \Rightarrow x' = 10p + 200 \end{aligned}$$

Nilai  $x$  akan minimum untuk  $p$  yang menyebabkan  $x' = 0$

$$\begin{aligned} x' &= 0 \\ \Leftrightarrow 10p + 200 &= 0 \\ \Leftrightarrow 10p &= -200 \\ \Leftrightarrow p &= -20 \\ \text{Jadi diperoleh juga:} \\ p = -20 &\Rightarrow q = 2(-20) + 50 \\ \Leftrightarrow q &= 10 \end{aligned}$$

Jadi nilai minimum dari  $x$  adalah:

$$\begin{aligned} x &= p^2 + q^2 \\ &= (-20)^2 + (10)^2 \\ &= 400 + 100 \\ &= 500 \end{aligned}$$

**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Untuk mengintegral yang pertama harus diperhatikan adalah pangkatnya silahkan ditambah 1, koefisiennya dibagi hasil penjumlahan pangkat dengan 1 tadi! Untuk integral tertentu, jangan lupa batas atas dulu disubstitusi ke hasil integral!

31. Hasil dari  $\int_0^2 (x+1)(x-6) dx = \dots$

- ~~A. -58~~
- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

**Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Aljabar)**

$$\begin{aligned} \int_0^2 3(x+1)(x-6) dx &= \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18) dx \\ &= \left[ x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 \\ &= \left( (2)^3 - \frac{15}{2}(2)^2 - 18(2) \right) - \left( (0)^3 - \frac{15}{2}(0)^2 - 18(0) \right) \\ &= \left( 8 - \frac{60}{2} - 36 \right) - (0) \\ &= -58 \end{aligned}$$

**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

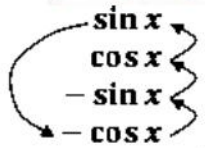
Cara mudah mengingat konsep integral trigonometri:

32. Nilai dari  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 5x + \sin x) dx = \dots$

- A.  $-\frac{3}{5}$
- B.  $-\frac{1}{5}$
- C. 0
- D.  $\frac{1}{5}$
- ~~E.  $\frac{3}{5}$~~

**Cara Biasa: (Integral Tertentu Fungsi Trigonometri)**

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 5x + \sin x) dx &= \left[ -\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{3}} \\ &= \left( -\frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) - \left( -\frac{1}{5} \cos 0 - \cos 0 \right) \\ &= \left( -\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) - \left( -\frac{1}{5} - 1 \right) \\ &= -\frac{3}{5} + \frac{6}{5} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$



**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Lihat! Soal di samping ini hanya menguji seberapa kemampuan kita dalam menemukan koefisien fungsi hasil integral.

33. Hasil dari  $\int \frac{(x-1)}{\sqrt{x^2-2x}} dx = \dots$

- A.  $\frac{1}{2} \sqrt{x^2-2x} + C$
- ~~B.  $\sqrt{x^2-2x} + C$~~
- C.  $2\sqrt{x^2-2x} + C$
- D.  $2x\sqrt{x^2-2x} + C$
- E.  $4x\sqrt{x^2-2x} + C$

**TRIK SUPERKILAT: (Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar)**

$$\begin{aligned} \int \frac{(x-1)}{\sqrt{x^2-2x}} dx &= \int (x-1)(x^2-2x)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{d(x^2-2x)}{2x-2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \int (x^2-2x)^{-\frac{1}{2}} d(x^2-2x) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} (x^2-2x)^{\frac{1}{2}} + C \\ &= (x^2-2x)^{\frac{1}{2}} + C \\ &= \sqrt{(x^2-2x)} + C \end{aligned}$$

$$\int (1x-1)(1x^2-2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$\frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 1$$

Selesai!





**Catatan**

**LOGIKA PRAKTIS:**

Integral yang menyatakan luas daerah yang dibatasi  $f(x)$  dan  $g(x)$ , dimana  $f(x) > g(x)$  pada interval  $x = a$  sampai  $x = b$  adalah:

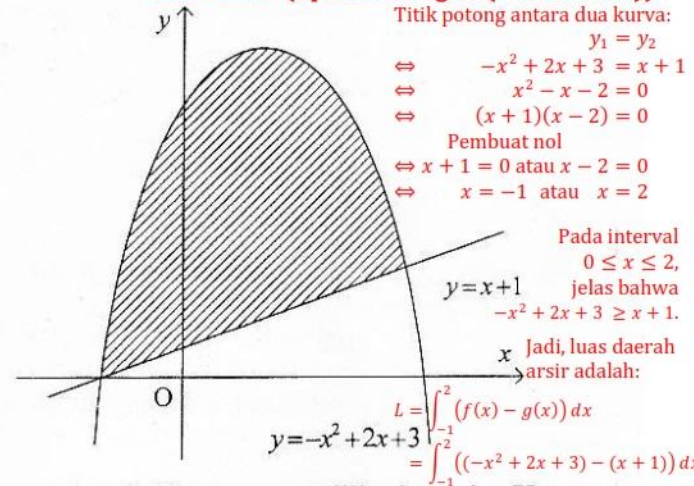
$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

©

34. Luas daerah yang diarsir seperti tampak pada gambar dapat dinyatakan dengan rumus ....

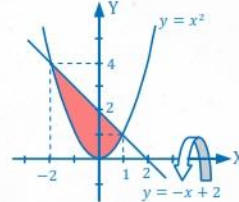
- A.  $L = \int_{-1}^2 ((-x^2 + 2x + 3) - (x + 1)) dx$
- B.  $L = \int_{-1}^2 ((x + 1) - (-x^2 + 2x + 3)) dx$
- C.  $L = \int_{-2}^1 ((-x^2 + 2x + 3) - (x + 1)) dx$
- D.  $L = \int_{-2}^1 ((x + 1) - (-x^2 + 2x + 3)) dx$
- E.  $L = \int_{-1}^2 ((-x^2 + 2x + 3) - (x + 1)) dx$

**Cara Biasa: (Aplikasi Integral (Luas Daerah))**



35. Daerah yang dibatasi kurva  $y = x^2$  dan garis  $x + y - 2 = 0$  diputar mengelilingi sumbu X. Volume benda putar yang terjadi adalah ....

- A.  $15 \frac{2}{3} \pi$  satuan volume
- B.  $15 \frac{2}{5} \pi$  satuan volume
- C.  $14 \frac{2}{5} \pi$  satuan volume
- D.  $14 \frac{2}{3} \pi$  satuan volume
- E.  $10 \frac{3}{5} \pi$  satuan volume



Mencari titik potong:

$$y_1 = y_2$$

$$\Leftrightarrow -x + 2 = x^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(-x - 1) = 0$$

**Pembuat nol**  
 $\Leftrightarrow x + 2 = 0$  atau  $-x - 1 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = -2$  atau  $x = -1$

**Cara Biasa: (Aplikasi Integral (Volume Benda Putar))**

$$V = \pi \int_a^b (y_1^2 - y_2^2) dx = \pi \int_{-2}^{-1} (-x + 2)^2 - (x^2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-2}^{-1} (x^2 - 4x + 4 - x^4) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - \frac{1}{5}x^5 \right]_{-2}^{-1}$$

$$= \pi \left[ \left( \frac{1}{3}(1)^3 - 2(1)^2 + 4(1) - \frac{1}{5}(1)^5 \right) - \left( \frac{1}{3}(-2)^3 - 2(-2)^2 + 4(-2) - \frac{1}{5}(-2)^5 \right) \right]$$

$$= \pi \left( \frac{32}{15} - \left( -\frac{184}{5} \right) \right)$$

$$= \pi \left( \frac{216}{15} \right)$$

$$= 14 \frac{2}{5} \pi \text{ satuan volume}$$

36. Kuartil bawah data pada tabel berikut ini adalah ....

Berat Badan (kg)	Frekuensi	$f_k \leq$
30 - 34	4	4
35 - 39	10	14
40 - 44	14	28
45 - 49	7	35
50 - 54	5	40
<b>Jumlah</b>	<b>40</b>	

**Cara Biasa: (Statistika (Ukuran Letak))**

Kuartil bawah artinya  $Q_1$ . Jumlah data  $n = 40$ , diperoleh  $\frac{1}{4}n = 10$ .  $Q_1$  terletak pada data ke-10, yaitu di kelas ke-2. Jadi, letak kelas  $Q_1$  pada kelas interval 35 - 39 yang memiliki nilai tepi bawah kelas  $Q_1$  adalah 34,5, panjang kelas interval 5, dan frekuensi  $Q_1$  adalah 10. Frekuensi kumulatif kurang dari 34,5 adalah 4.

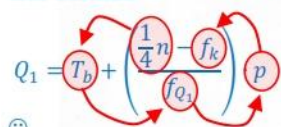
$$Q_1 = T_b + \left( \frac{\frac{1}{4}n - f_k}{f_{Q_1}} \right) \cdot p = 34,5 + \left( \frac{10 - 4}{10} \right) \cdot 5$$

$$= 34,5 + 3 = 37,5$$

**Catatan**

**LOGIKA PRAKTIS:**

Urutan variabel yang harus dicari perhatikan diagram alur berikut:



©

- A. 31,5
- B. 36,5
- C. 37,5
- D. 42,5
- E. 45,9

**LOGIKA PRAKTIS:**

Perhatikan syarat bilangan yang disusun:  
 - Harus lebih dari 200  
 - Harus berbeda (tidak boleh ada angka yang berulang)

©

37. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka berbeda dan lebih dari 200 yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5 adalah ....

- A. 24
- B. 36
- C. 48
- D. 60
- E. 75

**Cara Biasa: (Kaidah Pencacahan (Aturan Pengisian Tempat))**

Banyak bilangan yang terdiri tiga angka berbeda lebih dari 200:

- Angka ratusan : ada 4 cara, yaitu diisi dengan angka 2, 3, 4, 5. Misal kita pilih angka 2 sebagai angka ratusan.
- Angka puluhan : ada 4 cara, yaitu diisi dengan angka 1, 3, 4, 5. Misal kita pilih angka 1 sebagai angka puluhan.
- Angka satuan : ada 3 cara, yaitu diisi dengan angka 3, 4, 5.

Angka ratusan	Angka puluhan	Angka satuan	Banyak bilangan
4	4	3	$4 \times 4 \times 3 = 48$ bilangan





**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Untuk mempermudah perhitungan. Ingatlah! Permutasi  $n$  unsur dari  $r$  unsur itu perkalian  $r$  angka terakhir dari  $n$   
 ${}_4P_4 =$  perkalian 4 angka terakhir dari 4 =  
 $= 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$   
 $= 24$

38. Terdapat 2 siswa laki-laki dan 5 siswa perempuan duduk berdampingan pada kursi berjajar. Jika siswa laki-laki duduk di ujung, banyak cara mereka duduk berdampingan adalah ....

- A. 240
- B. 120
- C. 42
- D. 21
- E. 10

**Cara Biasa: (Kaidah Pencacahan (Aturan Pengisian Tempat))**

Kursi pojok kiri	5 buah kursi yang ada di tengah	Kursi pojok kanan	Banyak kemungkinan
2	$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$	1	$2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1$ $= 240$ kemungkinan

**Cara Biasa: (Permutasi)**

$n =$  susunan cowok  $\times$  susunan cewek  
 $= {}_2P_2 \cdot {}_5P_5 = \frac{2!}{(2-2)!} \cdot \frac{5!}{(5-5)!}$   
 $= 2! \cdot 5!$   
 $= (2 \times 1) \cdot (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$   
 $= 2 \cdot 120$   
 $= 240$  kemungkinan

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis
Skateboard lengkap	
Papan	
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda	
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu	
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)	

**LOGIKA**

**PRAKTIS:**

Kita perlu memahami makna dari kalimat berikut: "Skateboard yg dapat dibuat oleh Erik"  
 Artinya adalah berapa banyak skateboard yang bisa dibuat dengan menyusun bagian-bagian dari skateboard tersebut. Perhatikan, Erik bisa membeli:

- 3 papan
- 2 set roda
- 1 set sumbu
- 2 set perlengkapan kecil.

Gunakan aturan perkalian untuk menyelesaikan soal ini!

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

**Cara Biasa: (Kaidah Pencacahan (Aturan Perkalian))**

Banyaknya kemungkinan skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah hasil perkalian antara banyaknya papan, banyaknya set roda, banyaknya set sumbu, dan banyaknya set perlengkapan kecil, yaitu:

$n = 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 12$  kemungkinan





**LOGIKA PRAKTIS:**

Jawaban A, ya nggak gitu juga kali!  
Dua pertiga itu peluang terjadinya gempa bumi, bukan masalah kapan terjadinya. Tapi TERJADI atau TIDAK nya gempa bumi!!!

Jawaban B, ya nggak gitu juga kali! Kita yakin akan terjadi itu kalau nilai peluangnya sama dengan 1. Dan tidak mungkin akan terjadi jika peluangnya sama dengan 0.

- $P(A) = 1$  artinya PASTI
- $P(A) = 0$  artinya MUSTAHIL
- $0 < P(A) < 1$  artinya BISA JADI!!! BISA JADI!!! BISA JADI!!! YAA!! YAA!!! TIDAK!! TIDAK!!

Jawaban C ini yang benar.... karena  $P(A) > P(A^c)$ , maka peluang terjadinya gempa lebih besar dari peluang tidak terjadinya gempa.

Jawaban D bisa dibilang benar juga sih... Tapi jawaban ini lahir bukan dari pernyataan, tapi dari kepercayaan kita akan suatu hal gaib. Hehehe... Melenceng dari maksud soal. Ditanya apa, jawabnya apa....!

Jawaban E lebay banget deh! Suatu hal pasti terjadi itu jika nilai peluangnya sama dengan 1. Jawaban E salah!

☺

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan: "Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga."  
Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A.  $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$ , sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B.  $\frac{2}{3}$  lebih besar dari pada  $\frac{1}{2}$ , sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

**Gara Biasa: (Peluang Kejadian)**

Peluang kejadian gempa bumi di kota Zadia adalah dua per tiga.

Misal  $A$  = kejadian gempa bumi di kota Zadia 20 tahun ke depan, berarti:

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

Sehingga misal  $A^c$  = kejadian tidak terjadi gempa bumi di kota Zadia 20 tahun ke depan, maka peluang tidak terjadinya gempa bumi di kota Zadia adalah:

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Jadi karena  $P(A) > P(A^c)$ , maka peluang terjadinya gempa bumi di kota Zadia 20 tahun ke depan lebih besar daripada peluang tidak terjadinya gempa bumi.

Pembahasan Soal UN Matematika SMA 2013 Paket 5 ini ditulis oleh Pak Anang.

Silahkan kunjungi <http://pak-anang.blogspot.com> untuk pembahasan soal UN 2013 yang lain.