

PERTIDAKSAMAAN

Tanda ketaksamaan ada 4, yaitu $<$, $>$, \leq , \geq

Sifat-sifat jika $a < b$:

- $a + p < b + p$, untuk setiap p anggota bilangan real.
- $ap < bp$, untuk setiap p bilangan real positif
- $ap > bp$, untuk setiap p bilangan real negatif

Catatan :jika ada variable yang tidak diketahui nilainya positif atau negatif, maka jangan dikali silang, karena akan berbeda prilakunya pada tanda ketaksamaannya untuk nilai yg positif dan negatif.

Menyelesaikanketaksamaan

Jika kita dapat bentuk

$$\frac{A(x - c_1)^{e_1}(x - c_2)^{e_2} \dots (x - c_k)^{e_k}}{A(x - d_1)^{f_1}(x - d_2)^{f_2} \dots (x - d_n)^{f_n}} > 0$$

Untuk mendapatkan himpunan penyelesaiannya adalah dengan menguji nilai di daerah yang dibatasi $c_1, c_2, \dots, c_k, d_1, d_2, \dots, d_n$

Catatan :jika berbentuk pecahan maka harus diperhatikan bahwa penyebut tidak boleh nol.

Contoh :

$$(x - 5)^2(x + 3) < 0$$

kita uji nilai-nilai yang berada didaerah $(-\infty, -3)$, $(-3, 5)$, $(5, \infty)$. Dan yang memenuhi adalah $x < -3$

Pertidaksamaan Tanda Mutlak

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{jika } a \geq 0 \\ -a & \text{jika } a < 0 \end{cases}$$

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan yang mengandung tanda mutlak, maka kita harus menyelesaikannya dengan membagi kasus, untuk yg didalam tanda positif, dan untuk yang didalam tanda negatif

Contohsoal :

$$|x^2 - 3x + 2| > 2x - 4$$

Solusi

Kasus 1, jika $x^2 - 3x + 2 \geq 0$ maka $x \leq 1$ atau $x \geq 2$

$$x^2 - 3x + 2 > 2x - 4$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \text{ didapat } x < 2 \text{ atau } x > 3$$

Solusinya diiris dengan syarat sehingga kita dapat $x \leq 1$ atau $x > 3$

Kasus 2, jika $x^2 - 3x + 2 < 0$ maka $1 < x < 2$

$$-x^2 + 3x - 2 < 2x - 4$$

$$x^2 - x - 6 > 0 \text{ didapat } x < -2 \text{ atau } x > 3$$

Solusinya kita iris dengan syarat, tidak ada x yang memenuhi.

Jadi Himpunan penyelesaiannya = $(x | x \leq 1 \text{ atau } x > 3, x \in R)$

Representasi Ketaksamaan dalam Bidang kartesius

Jika kita punya dua fungsi $f(x)$ dan $g(x)$. Maka pernyataan $f(x) < g(x)$ berarti fungsi $f(x)$ dalam daerah penyelesaian ketaksamaan tersebut berada di bawah fungsi $g(x)$

Basic Problems

1. Tentukan Himpunan penyelesaian dari

$$x^3 - 3x^2 + 6 < 6 - 4x + x^2$$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari

$$\frac{2x - 1}{x + 1} > \frac{x + 5}{x - 1}$$

3. Tentukan Himpunan penyelesaian dari

$$|x^2 - 2x + 8| \geq |2x + 5|$$

4. Tentukan daerah x dimana fungsi $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ berada di atas fungsi $g(x) = 3x^2 - 2x + 6$

Advanced Problems

1. Cari himpunan penyelesaian dari

$$|x + 2| + |3x| \leq 14$$

2. Buktikan untuk sebarang bilangan real positif x , maka

$$x^4 + \frac{1}{x^4} \geq 2$$

3. Buktikan ketaksamaan berikut ini

$$\frac{a + b + c + d}{4} \geq \frac{4}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}$$

untuk setiap bilangan positif a, b, c, d