KETERBAGIAN DAN MODULO

KETERBAGIAN

Untuk sebuah bilangan bulat m dan sebuah bilangan bulat tak nol n, kita katakan m habis dibagi n jika ada bilangan bulat k sehingga $m = kn$.

Kita lambangkan n habis membagi m dengan $n|m$

Sifat-sifat keterbagian

- $x|x$, untuk setiap bilangan tak nol x
- Jika $x|y$ dan $y|z$, maka $x|z$
- Jika $x|y$ dan $y \neq 0$ maka $|x| \leq |y|$
- Jika $x|y$ dan $x|z$, maka $x|\alpha y + \beta z$ untuk setiap bilangan bulat α, β
- Jika $x|y$ dan $x|y \pm z$ maka $x|z$
- Jika $x|y$ dan $y|x$ maka $|x| = |y|$
- Jika $x|y$ dan $y \neq 0$, maka $\frac{y}{x}|y$
- Untuk $z \neq 0$, $x|y$ jika dan hanya jika $xz|yz$
- Jika p adalah bilangan prima, dan $p|m^n$ maka $p|m$

MODULO

Diberikan a, b, dan m bilangan bulat, dengan $m \neq 0$. Kita katakan a dan b kongruen dalam modulo m jika m habis membagi $a - b$. Kita nyatakan sebagai $a \equiv b \ mod \ m$.

Sifat-sifat

- $a \equiv a \ mod \ m$
- Jika $a \equiv b \ mod \ m$ dan $b \equiv c \ mod \ m$, maka $a \equiv c \ mod \ m$
- Jika $a \equiv b \ mod \ m$ maka $b \equiv a \ mod \ m$
- Jika $a \equiv b \ mod \ m$ dan $c \equiv d \ mod \ m$, maka $a + c \equiv b + d \ mod \ m$ dan $a - c \equiv b - d \ mod \ m$
- Jika $a \equiv b \ mod \ m$, maka untuk setiap bilangan bulat k, $ka \equiv kb \ mod \ m$
- Jika $a \equiv b \ mod \ m$, maka untuk setiap bilangan bulat positif k, $a^k \equiv b^k \ mod \ m$

Problems

1. Tentukan bilangan bulat positif terbesar n sehingga $n^3 + 100$ habis dibagi $n + 10$
2. Diberikan p adalah bilangan prima yang berbentuk $3k + 2$ yang membagi $a^2 + ab + b^2$ untuk bilangan bulat a, b. Buktikan bahwa a dan b masing-masing habis dibagi p
3. Buktikan ada tak hingga bilangan prima berbentuk $4k - 1$ yang kongruen 3 mod 4.
4. Cari seluruh bilangan prima p, q sehingga $p + q = (p - q)^3$
5. Buktikan ada tak hingga banyaknya bilangan prima
6. Tunjukkan bahwa untuk setiap bilangan bulat positif n maka $121^n - 25^n + 1900^n - (-4)^n$ habis dibagi 2000.
7. Misalkan n adalah bilangan bulat lebih dari 6. Buktikan bahwa jika $n - 1$ dan $n + 1$ keduanya prima maka $n^2(n^2 + 16)$ habis dibagi 720
8. Tunjukkan tidak ada bilangan bulat a, b, c yang memenuhi $a^2 + b^2 - 8c = 6$
9. Untuk n bilangan bulat, tunjukkan bahwa $n^2 + 2n + 12$ bukan merupakan kelipatan 121
10. Buktikan jika p dan $p + 2$ keduanya bilangan prima lebih besar dari 3, maka 6 merupakan factor dari $p + 1$
11. n adalah bilangan bulat. Jika angka puluhan n^2 adalah 7, apakah angka satuan dari n^2