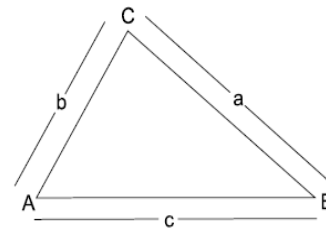


GEOMETRI DASAR

Aturan Sinus

Misal pada segitiga ABC, a adalah sisi dihadapan sudut A, b sisi dihadapan sudut B, dan c sisi dihadapan sudut C. Maka berlaku aturan sinus :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Bukti :

Pada $\triangle ACF$: $\sin A = \frac{CF}{b} \leftrightarrow b \sin A = CF$

Pada $\triangle BCF$: $\sin B = \frac{CF}{a} \leftrightarrow a \sin B = CF$

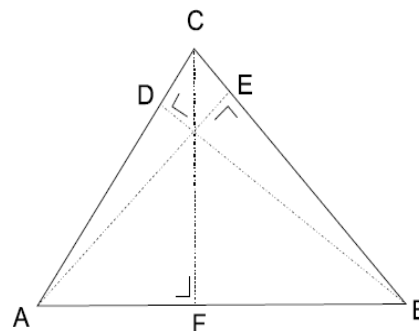
Dari dua persamaan kita dapat $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

Pada $\triangle ABE$: $\sin B = \frac{AE}{c} \leftrightarrow c \sin B = AE$

Pada $\triangle ACE$: $\sin C = \frac{AE}{b} \leftrightarrow b \sin C = AE$

Dari dua persamaan kita dapat $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Sehingga kita dapat $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.



Aturan Kosinus

Pada $\triangle ABC$ berlaku aturan kosinus yang dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

{bukti diserahkan sebagai bahan latihan }

Luas Segitiga

Bentuk umum untuk mencari luas segitiga yaitu $L = \frac{1}{2}at$. Dimana a = alas, t =tinggi.

Namun ada beberapa alternatif untuk mencari luas segitiga. Misal pada $\triangle ABC$

- Jika diketahui 2 sisi dan satu sudut yang diapit

$$L = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$L = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$L = \frac{1}{2} ac \sin B$$

- Jika diketahui seluruh sisi dan bentuk segitiga sebarang

Misal $s = \frac{a+b+c}{2}$.

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

{silahkan dibuktikan kedua rumus masing2}

Geometri Analitik (Geometri pada bidang kartesius)

- Titik

Pada bidang kartesius, titik diwakili oleh dua komponen yaitu absis dan ordinat, dan ditulis dalam bentuk (a, b) .

Jika ada dua titik $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$. Maka jarak 2 titik tersebut adalah : $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Garis

Dalam kartesius, bentuk umum persamaan garis adalah $y = mx + n$ atau $mx - y + n = 0$, Dimana m merupakan gradien = kemiringan garis terhadap sumbu x positif, dan n adalah konstanta

$$m = \tan t = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Jika diketahui dua titik $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ kita bisa membuat persamaan garisnya yaitu:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_2)$$

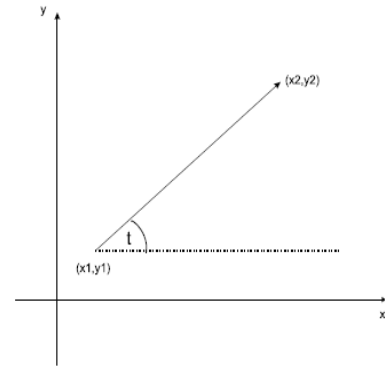
Dua garis dikatakan sejajar jika gradiennya sama, dan dikatakan saling tegak lurus jika perkalian gradiennya = -1 . Misal gradiennya m_1, m_2 . Sejajar jika $m_1 = m_2$. Tegak lurus jika $m_1 m_2 = -1$.

Jika ada 2 garis yang diketahui salah satu gradiennya misal m_1 dan besar sudut yang dibentuk antara keduanya, misal α . Maka dipenuhi persamaan berikut :

$$\tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

Jarak titik ke garis

Jika diketahui sebuah titik (a, b) dan persamaan garis $Ax + By + C = 0$. Misal jaraknya adalah d , Maka jarak dari titik tersebut ke garis adalah , misal jaraknya



$$d = \left| \frac{a.A + b.B + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

• Persamaan Lingkaran

Bentuk umum persamaan lingkaran adalah $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Jika diketahui pusat lingkaran tersebut (a, b) dan jari-jari lingkaran r . Maka persamaan lingkarannya adalah :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Garis singgung lingkaran

Langkah-langkah untuk mencari persamaan garis singgung di suatu titik pada lingkaran :

Misal titik yang ingin dicari garis singgungnya adalah (x_1, y_1)
Kita cari gradient garis yang menghubungkan titik pusat lingkaran dengan titik (x_1, y_1) , misal m_1

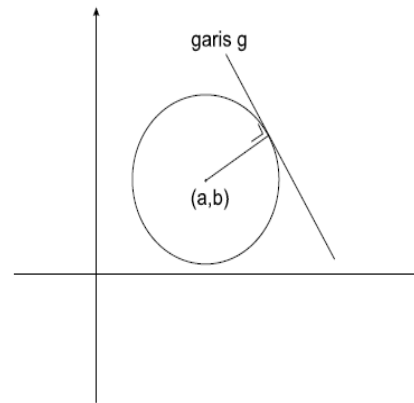
$$m_1 = \frac{y_1 - b}{x_1 - a}$$

Misal gradient garis singgung = m_2 . Karena garis singgung dan garis yang menghubungkan titik pusat dan (x_1, y_1) saling tegak lurus, maka

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{a - x_1}{y_1 - b}$$

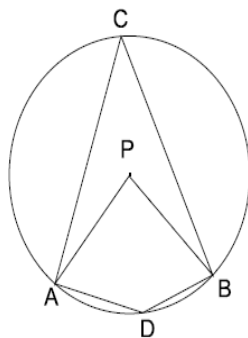
Persamaan garis singgungnya adalah

$$y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

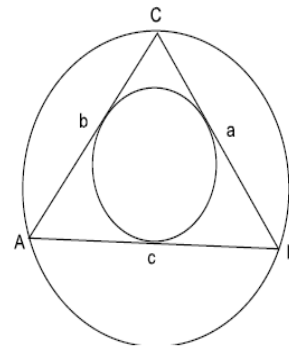


Rumus Dasar Geometri Lingkaran

- Luas Lingkaran = πr^2
- Keliling lingkaran = $2\pi r$
- Lingkaran dalam segitiga, $r = \frac{L}{s} = \frac{2L}{a+b+c}$
- Lingkaran luar segitiga, $R = \frac{abc}{4L}$



- $\angle APB = 2\angle ACB$
- $\angle ADB + \angle ACB = 180^\circ$
- $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$



Basic Problems

1. Jika pada $\triangle ABC$ diketahui $a = 12$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 15^\circ$. Maka tentukan panjang b dan c
2. Tentukan jarak titik $(2,1)$ terhadap garis $3y = 4x - 8$
3. Jika $x - y = 0$ merupakan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 - 2px + q = 0$. Jika jarak titik pusat lingkaran ke garis tersebut adalah 3, maka tentukan nilai p
4. Jika pada $\triangle ABC$ diketahui $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$ maka tentukan nilai dari $\tan(A - B)$
5. Jika $\triangle PQR$ berada di dalam lingkaran berjari-jari 1, dan PQ merupakan diameter lingkaran, $QR = 1$ maka tentukan luas segitiga $\triangle PQR$
6. Suatu persegi panjang berukuran 8 kali $2\sqrt{2}$ mempunyai titik pusat yang sama dengan suatu lingkaran berjari-jari 2. Berapakah luas daerah irisan antara persegi panjang dan lingkaran tersebut
7. Pada suatu segitiga ABC sudut C tiga kali besar sudut A dan sudut B dua kali besar sudut A . Berapakah perbandingan antara AB dengan ?

Advanced Problems

1. Segitiga sama sisi, lingkaran, dan sebuah persegi memiliki keliling yang sama. Manakah yang memiliki luas terbesar?
2. Didalam suatu lingkaran L_1 berjari-jari 1 dan berpusat di titik $(0,0)$ dibuat suatu lingkaran L_2 yang bersinggungan dengan lingkaran L_1 , dan dengan sumbu-x dan sumbu-y positif. Jari-jari lingkaran L_2 adalah?
3. Dalam segitiga ABC siku-siku sama kaki, dibuat persegi $PQRS$ sebagai berikut : titik P pada sisi AB , titik Q pada sisi AC , sedangkan titik-titik R dan S pada sisi miring BC . Jika luas segitiga ABC adalah x , berapakah luas persegi $PQRS$?
4. Titik P terletak di dalam persegi $ABCD$ sedemikian rupa, sehingga $AP:BP:CP = 1:2:3$. Berapakah besar sudut APB ?