

Fungsi Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat yaitu $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$. Akar-akar dari persamaan kuadrat adalah nilai x yang memenuhi persamaan $ax^2 + bx + c = 0$.

Kita bisa mencari akar-akar dari persamaan kuadrat jika kita bisa memfaktorkan menjadi bentuk

$(x - m)(x - n) = 0$ dengan akar-akarnya adalah $x = m$, atau $x = n$.

Tapi kita bisa mendapatkan akar-akarnya dengan rumus umum di bawah ini :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Jika x_1, x_2 merupakan akar-akar dari persamaan $ax^2 + bx + c$ maka ada sifat-sifat yang berlaku yaitu :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1x_2 = \frac{c}{a} \text{ (bukti diserahkan kepada pembaca sebagai latihan)}$$

Jika kita punya akar-akar x_1, x_2 . Maka kita bisa membuat persamaan kuadratnya menjadi

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2).x + (x_1x_2)$$

Misal $D = b^2 - 4ac$, D =Diskriminan

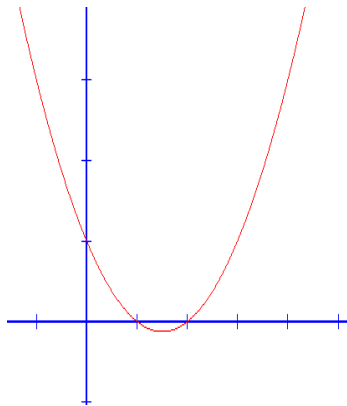
Sifat-sifat persamaan kuadrat berdasarkan D yaitu:

- Persamaan kuadrat punya akar-akar bilangan real dan keduanya berbeda jika $D > 0$
- Punya akar kembar jika $D = 0$
- Dan akar-akarnya imajiner jika $D < 0$

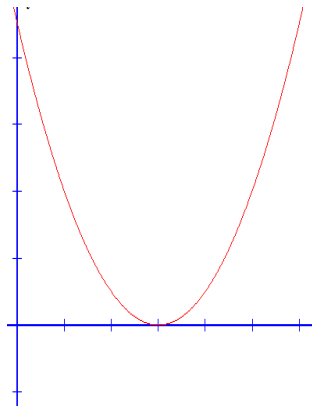
Jika persamaan kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ ini digambar dalam koordinat kartesius arti dari

Diskriminan dalam koordinat adalah :

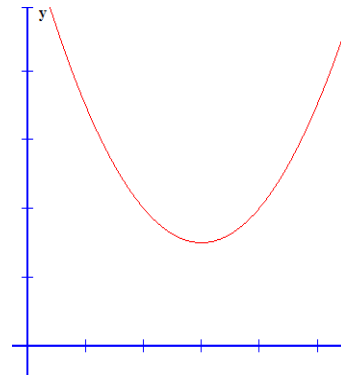
- $D > 0$, maka grafik $f(x)$ memotong sumbu x di dua titik
- $D = 0$, maka grafik $f(x)$ menyentuh sumbu x di satu titik
- $D < 0$, maka grafik $f(x)$ tidak memotong sumbu x



(a)



(b)



(c)

Basic Problems

1. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan dari $3x^2 - 2x + 1 = 0$ maka tentukan $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

2. Tentukan nilai m agar persamaan $(m + 1)x^2 + (m - 1)x + 3$ mempunyai dua akar kembar
3. Jika $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$ tentukan $x^4 + \frac{1}{x^4}$
4. Tentukan nilai a agar fungsi $f(x) = ax^2 + (a - 1)x + 5$ menyentuh sumbu x maksimal di satu titik.
5. Jika akar-akar dari $x^2 - kx + m = 0$ merupakan akar-akar yang saling berkebalikan, maka tentukan nilai m !

Advanced Problems

1. Jika a, b adalah akar-akar dari persamaan $x^2 + x + 1 = 0$ maka tentukan $a^{2011} + b^{2011}$
2. Untuk suatu bilangan bulat a , persamaan $1988x^2 + ax + 8891 = 0$ dan $8891x^2 + ax + 1988 = 0$ punya salah satu akar yang sama. Temukan a .
3. Jika $f(x) = x^2 + x$ buktikan bahwa persamaan $4f(a) = f(b)$ tidak punya solusi a, b bilangan asli