

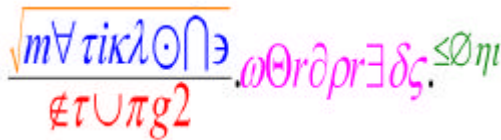
Materi

==== LINGKARAN ====

Persamaan Garis Singgung Lingkaran Melalui Titik di Luar Lingkaran

Oleh:

Anang Wibowo, S.Pd



April 2012

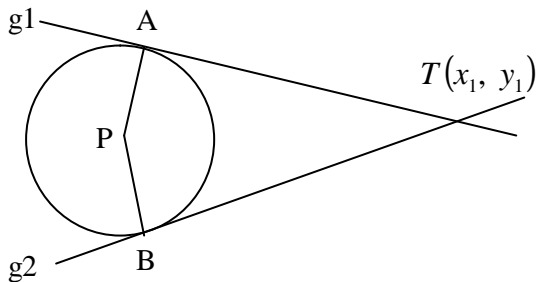
MatikZone's Series

Email : matikzone@gmail.com Blog : www.matikzone.wordpress.com HP : 085 233 897 897

© Hak Cipta Dilindungi Undang-undang. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh isi galeri ini tanpa mendo'akan kebaikan untuk kami dan umat islam seluruhnya. Dan jangan lupa mencantumkan sumbernya ya...

Persamaan Garis Singgung Lingkaran Melalui Satu Titik di Luar Lingkaran Dengan Cara Mencari Gradiennya.

Anang Wibowo, S.Pd



Melalui titik T di luar lingkaran, dapat ditentukan tepat dua garis singgung pada lingkaran tersebut. Garis singgung menyinggung lingkaran di titik A dan titik B. Untuk menentukan persamaan garis singgungnya, kita bisa menggunakan dua cara, yaitu:

Pertama, dengan menentukan gradien garis singgung terlebih dulu kemudian menentukan persamaan garis yang diketahui gradiennya dan melalui titik T. Terdapat minimal 5 cara dalam menentukan gradien garis singgung ini.

Kedua, dengan menentukan persamaan garis polar, kemudian mencari titik potongnya dengan lingkaran, setelah itu menentukan persamaan garis singgung melalui titik pada lingkaran. Berikut ini contoh soal dan pembahasannya. Pada soal yang kedua, muncul masalah pada saat mencari nilai gradien garis singgungnya. Selengkapnya kita lihat dalam pembahasan berikut:

Soal Pertama:

Tentukan persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ yang melalui titik T(3, 2).

Jawab:

Cek titik:

$$\text{Titik } T(3, 2) \Rightarrow 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 > 4$$

Jadi, titik berada di luar lingkaran $x^2 + y^2 = 4$

Cara 1:

Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ dgn gradien m adalah $y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$

Persamaan garis dgn gradien m melalui T(3, 2) adalah $y - 2 = m(x - 3)$ atau $y = m(x - 3) + 2$

Maka

$$\begin{aligned}
m(x-3)+2 &= mx \pm r\sqrt{1+m^2} \\
mx-3m+2 &= mx \pm 2\sqrt{1+m^2} \\
-3m+2 &= \pm 2\sqrt{1+m^2} \\
9m^2-12m+4 &= 4(1+m^2) \\
9m^2-12m+4 &= 4+4m^2 \\
5m^2-12m &= 0 \\
m(5m-12) &= 0 \\
m=0 &\quad \text{atau} \quad m=\frac{12}{5}
\end{aligned}$$

Substitusi m ke persamaan garis $y = m(x-3) + 2$ (bukan ke $y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$):

$$\begin{aligned}
\text{Untuk } m=0 &\Rightarrow y = 0(x-3) + 2 = 0 + 2 = 2 && \Rightarrow y = 2 \\
\text{Untuk } m=\frac{12}{5} &\Rightarrow y = \frac{12}{5}(x-3) + 2 \Rightarrow y = \frac{12}{5}x - \frac{26}{5} && \Rightarrow 12x - 5y - 26 = 0
\end{aligned}$$

Jadi persamaan garis singgungnya $y = 2$ dan $12x - 5y - 26 = 0$

Cara 2:

Misalkan persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ dengan gradien m adalah

$$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$$

Garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ melalui titik T(3, 2) maka:

$$\begin{aligned}
y = mx \pm r\sqrt{1+m^2} &\Rightarrow 2 = 3m \pm 2\sqrt{1+m^2} \\
&\Rightarrow 2 - 3m = \pm 2\sqrt{1+m^2} \\
&\Rightarrow 4 - 12m + 9m^2 = 4 + 4m^2 \\
&\Rightarrow 5m^2 - 12m = 0 \\
&\Rightarrow m(5m - 12) = 0 \\
&\Rightarrow m = 0 \quad \text{atau} \quad m = \frac{12}{5}
\end{aligned}$$

Persamaan garis dgn gradien m melalui T(3, 2) adalah $y - 2 = m(x - 3)$ atau $y = m(x - 3) + 2$
Substitusi m yang diperoleh ke persamaan y

$$\begin{aligned}
\text{Untuk } m=0 &\Rightarrow y = 0(x-3) + 2 = 0 + 2 = 2 && \Rightarrow y = 2 \\
\text{Untuk } m=\frac{12}{5} &\Rightarrow y = \frac{12}{5}(x-3) + 2 \Rightarrow y = \frac{12}{5}x - \frac{26}{5} && \Rightarrow 12x - 5y - 26 = 0
\end{aligned}$$

Jadi persamaan garis singgungnya $y = 2$ dan $12x - 5y - 26 = 0$

Cara 3:

Persamaan garis singgung lingkaran dgn pusat (a, b) , jari-jari r dan melalui titik (x_1, y_1) adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$, dengan:

$$m = \frac{(y_1 - b)(x_1 - a) \pm r\sqrt{(y_1 - b)^2 + (x_1 - a)^2 - r^2}}{(x_1 - a)^2 - r^2}$$

Lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ mempunyai pusat $P(0, 0)$ dan berjari-jari 2.

Garis singgung melalui titik $T(3, 2)$, mempunyai persamaan: $y - 2 = m(x - 3)$, dengan

$$m = \frac{(2 - 0)(3 - 0) \pm 2\sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 0)^2 - 2^2}}{(3 - 0)^2 - 2^2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{9}}{9 - 4} = \frac{6 \pm 6}{5}$$

Jadi, persamaan garis singgungnya $y - 2 = \frac{6 \pm 6}{5}(x - 3)$, yaitu $y = 2$ dan $12x - 5y - 26 = 0$

Cara 4:

Misalkan persamaan garis singgung yang melalui $T(3, 2)$ adalah

$$y - 2 = m(x - 3) \Rightarrow y = 2 + m(x - 3)$$

Substitusi y ke dalam persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 4$

$$\begin{aligned}x^2 + (2 + m(x - 3))^2 &= 4 \Rightarrow x^2 + 4 + 4m(x - 3) + m^2(x^2 - 6x + 9) - 4 = 0 \\&\Rightarrow x^2 + 4 + 4mx - 12m + m^2x^2 - 6m^2x + 9m^2 - 4 = 0 \\&\Rightarrow (1 + m^2)x^2 + (4m - 6m^2)x + (-12m + 9m^2) = 0\end{aligned}$$

Syarat menyinggung adalah $D = 0$

$$\begin{aligned}D = 0 &\Rightarrow (4m - 6m^2)^2 - 4(1 + m^2)(-12m + 9m^2) = 0 \\&\Rightarrow 16m^2 - 48m^3 + 36m^4 + 48m - 36m^2 + 48m^3 - 36m^4 = 0 \\&\Rightarrow -20m^2 + 48m = 0 \\&\Rightarrow -5m^2 + 12m = 0 \\&\Rightarrow m(-5m + 12) = 0 \\&\Rightarrow m = 0 \quad \text{atau} \quad m = \frac{12}{5}\end{aligned}$$

$$\text{Untuk } m = 0 \Rightarrow y = 2 + 0 \cdot (x - 3) \Rightarrow y = 2$$

$$\text{Untuk } m = \frac{12}{5} \Rightarrow y = 2 + \frac{12}{5}(x - 3) \Rightarrow 12x - 5y - 26 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $y = 2$ dan $12x - 5y - 26 = 0$

Cara 5:

Lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ berpusat di $P(0, 0)$ dan berjari-jari $r = 2$

Persamaan garis singgung yang melalui titik $T(3, 2)$ dan bergradien m adalah:

$$\begin{aligned}y - y_1 &= m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = m(x - 3) \\ &\Rightarrow y = mx + 2 - 3m \\ &\Rightarrow mx - y + (2 - 3m) = 0\end{aligned}$$

Jari-jari r adalah jarak $P(0, 0)$ dengan garis $mx - y + (2 - 3m) = 0$

$$\begin{aligned}r &= \left| \frac{m \cdot 0 - 1 \cdot 0 + (2 - 3m)}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} \right| \Rightarrow 2 = \left| \frac{2 - 3m}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| \\ &\Rightarrow 4 = \frac{4 - 12m + 9m^2}{m^2 + 1} \\ &\Rightarrow 4m^2 + 4 = 4 - 12m + 9m^2 \\ &\Rightarrow 5m^2 - 12m = 0 \\ &\Rightarrow m(5m - 12) = 0 \\ &\Rightarrow m = 0 \quad \text{atau} \quad m = \frac{12}{5}\end{aligned}$$

Diperoleh

$$\text{PGS 1: } 0 \cdot x - y + (2 - 3 \cdot 0) = 0 \Rightarrow -y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{PGS 2: } \frac{12}{5} \cdot x - y + \left(2 - 3 \cdot \frac{12}{5}\right) = 0 \Rightarrow \frac{12}{5} \cdot x - y + \left(-\frac{26}{5}\right) = 0 \Rightarrow 12x - 5y - 26 = 0$$

Cara 6:

Persamaan garis polar lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ yang melalui titik $T(3, 2)$ adalah

$$3x + 2y = 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2$$

Substitusi ke persamaan lingkaran

$$\begin{aligned}x^2 + \left(-\frac{3}{2}x + 2\right)^2 &= 4 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + 4 - 4 = 0 \\ &\Rightarrow \frac{13}{4}x^2 - 6x = 0 \\ &\Rightarrow x \left(\frac{13}{4}x - 6\right) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \quad \text{atau} \quad x = \frac{24}{13}\end{aligned}$$

Substitusi nilai x yang diperoleh ke persamaan garis (bukan ke persamaan lingkaran):

$$\text{Untuk } x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \cdot 0 + 2 = 2 \Rightarrow T_1(0, 2)$$

$$\text{Untuk } x = \frac{24}{13} \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \cdot \frac{24}{13} + 2 = -\frac{36}{13} + \frac{26}{13} = -\frac{10}{13} \quad \Rightarrow T_2 \left(\frac{24}{13}, -\frac{10}{13} \right)$$

Titik-titik tersebut adalah titik singgung lingkaran, gunakan persamaan garis singgung lingkaran melalui titik PADA lingkaran.

PGS 1:

$$0x + 2y = 4 \Rightarrow 2y = 4 \\ \Rightarrow y = 2$$

PGS 2:

$$\frac{24}{13}x - \frac{10}{13}y = 4 \Rightarrow 24x - 10y = 52 \\ \Rightarrow 12x - 5y - 26 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $y = 2$ dan $12x - 5y - 26 = 0$

Soal Kedua:

Tentukan persamaan garis singgung lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ yg melalui titik T(5, 4).

Jawab:

Cek titik T(5, 4):

$$(5-1)^2 + (4-2)^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 > 16. \text{ Jadi titik T(5, 4) berada di luar lingkaran.}$$

Cara 1:

Persamaan garis singgung lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ dengan gradien m adalah

$$y - 2 = m(x-1) \pm r\sqrt{1+m^2} \Rightarrow y = 2 + m(x-1) \pm 4\sqrt{1+m^2}$$

Persamaan garis dgn gradien m melalui T(5, 4) adalah $y - 4 = m(x - 5)$ atau $y = 4 + m(x - 5)$

Maka

$$4 + m(x - 5) = 2 + m(x - 1) \pm 4\sqrt{1 + m^2}$$

$$4 + mx - 5m = 2 + mx - m \pm 4\sqrt{1 + m^2}$$

$$2 - 4m = \pm 4\sqrt{1 + m^2}$$

$$4 - 16m + 16m^2 = 16(1 + m^2)$$

$$4 - 16m + 16m^2 = 16 + 16m^2$$

$$16m + 12 = 0$$

$$m = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$$

Substitusi m yang diperoleh ke persamaan garis $y = 4 + m(x - 5)$

$$m = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = 4 - \frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow 4y = 16 - 3x + 15 \Rightarrow 3x + 4y - 31 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $3x + 4y - 31 = 0$

Hanya Diperoleh Satu Persamaan Garis Singgung

Cara 2:

Persamaan garis singgung lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ dengan gradien m adalah

$$y - 2 = m(x - 1) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

Persamaan garis singgung melalui T(5, 4) maka

$$\begin{aligned} y - 2 = m(x - 1) \pm r\sqrt{1 + m^2} &\Rightarrow 4 - 2 = m(5 - 1) \pm 4\sqrt{1 + m^2} \\ &\Rightarrow 2 = 4m \pm 4\sqrt{1 + m^2} \\ &\Rightarrow 2 - 4m = \pm 4\sqrt{1 + m^2} \\ &\Rightarrow 4 - 16m + 16m^2 = 16 + 16m^2 \\ &\Rightarrow -16m = 12 \\ &\Rightarrow m = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Persamaan garis dgn gradien m melalui T(5, 4) adalah $y - 4 = m(x - 5)$ atau $y = 4 + m(x - 5)$

Substitusi m yang diperoleh ke persamaan garis $y = 4 + m(x - 5)$

$$m = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = 4 - \frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow 4y = 16 - 3x + 15 \Rightarrow 3x + 4y - 31 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $3x + 4y - 31 = 0$

Hanya Diperoleh Satu Persamaan Garis Singgung

Cara 3:

Persamaan garis singgung lingkaran dgn pusat (a, b) , jari-jari r dan melalui titik T (x_1, y_1) adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$, dengan:

$$m = \frac{(y_1 - b)(x_1 - a) \pm r\sqrt{(y_1 - b)^2 + (x_1 - a)^2 - r^2}}{(x_1 - a)^2 - r^2}$$

Lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ mempunyai pusat P(1, 2) dan berjari-jari 4. Garis singgung

melalui titik T(5, 4), mempunyai persamaan: $y - 4 = m(x - 5)$, dengan

$$m = \frac{(4-2)(5-1) \pm 4\sqrt{(4-2)^2 + (5-1)^2 - 4^2}}{(5-1)^2 - 4^2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{4}}{16-16} = \frac{8 \pm 8}{0}$$

Tidak didapatkan nilai m

Tidak Mendapatkan Persamaan Garis Singgung

Cara 4:

Misalkan persamaan garis singgung yang melalui T(5, 4) adalah

$$y - 4 = m(x - 5) \text{ atau } y = 4 + m(x - 5)$$

Substitusi y ke dalam persamaan lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$

$$\begin{aligned} (x-1)^2 + (2+m(x-5))^2 &= 16 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4 + 4m(x-5) + m^2(x^2 - 10x + 25) - 16 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4 + 4mx - 20m + m^2x^2 - 10m^2x + 25m^2 - 16 = 0 \\ &\Rightarrow (1+m^2)x^2 + (-10m^2 + 4m - 2)x + (25m^2 - 20m - 11) = 0 \end{aligned}$$

Syarat menyinggung adalah $D = 0$

$$D = 0$$

$$\Rightarrow (-10m^2 + 4m - 2)^2 - 4(1+m^2)(25m^2 - 20m - 11) = 0$$

$$\Rightarrow 100m^4 - 80m^3 + 40m^2 + 16m^2 - 16m + 4 - 100m^4 + 80m^3 + 44m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 64m + 48 = 0$$

$$\Rightarrow 4m + 3 = 0$$

$$\Rightarrow m = -\frac{3}{4}$$

Substitusi m yang diperoleh ke persamaan garis $y = 4 + m(x - 5)$

$$m = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = 4 - \frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow 4y = 16 - 3x + 15 \Rightarrow 3x + 4y - 31 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $3x + 4y - 31 = 0$

Hanya Diperoleh Satu Persamaan Garis Singgung

Cara 5:

Lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ berpusat di $P(1, 2)$ dan berjari-jari $r = 4$

Persamaan garis singgung yang melalui titik $T(5, 4)$ dan bergradien m adalah:

$$\begin{aligned}y - y_1 &= m(x - x_1) \Rightarrow & y - 4 &= m(x - 5) \\ & \Rightarrow & & y = mx + 4 - 5m \\ & \Rightarrow & mx - y + (4 - 5m) &= 0\end{aligned}$$

Jari-jari r adalah jarak $P(1, 2)$ dengan garis $mx - y + (4 - 5m) = 0$

$$\begin{aligned}r &= \left| \frac{m \cdot 1 - 1 \cdot 2 + (4 - 5m)}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} \right| \Rightarrow & 4 &= \left| \frac{2 - 4m}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| \\ & \Rightarrow & 16 &= \frac{4 - 16m + 16m^2}{m^2 + 1} \\ & \Rightarrow & 16m^2 + 16 &= 4 - 16m + 16m^2 \\ & \Rightarrow & 16m + 12 &= 0 \\ & \Rightarrow & 4m + 3 &= 0 \\ & \Rightarrow & m &= -\frac{3}{4}\end{aligned}$$

Substitusi m yang diperoleh ke persamaan garis $y = 4 + m(x - 5)$

$$m = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = 4 - \frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow 4y = 16 - 3x + 15 \Rightarrow 3x + 4y - 31 = 0$$

Jadi persamaan garis singgungnya $3x + 4y - 31 = 0$

Hanya Diperoleh Satu Persamaan Garis Singgung

Cara 6:

Persamaan garis polar yang melalui titik $T(x_1, y_1)$ di luar lingkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

adalah

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

Persamaan garis polar lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ yang melalui titik $T(5, 4)$ adalah

$$\begin{aligned}(5-1)(x-1) + (4-2)(y-2) &= 16 \Rightarrow 4x - 4 + 2y - 4 - 16 = 0 \\ &\Rightarrow 4x + 2y - 24 = 0 \\ &\Rightarrow 2x + y - 12 = 0 \quad \Rightarrow y = 12 - 2x\end{aligned}$$

Substitusi $y = 12 - 2x$ ke persamaan lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$

$$\begin{aligned}(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 &\Rightarrow (x-1)^2 + (10-2x)^2 = 16 \\ &\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 100 - 40x + 4x^2 - 16 = 0 \\ &\Rightarrow 5x^2 - 42x + 85 = 0 \\ &\Rightarrow (5x-17)(x-5) = 0 \\ &\Rightarrow x = \frac{17}{5} \text{ atau } x = 5\end{aligned}$$

Substitusi nilai x yang diperoleh ke persamaan garis (bukan ke persamaan lingkaran):

$$\begin{aligned}\text{Untuk } x = \frac{17}{5} &\Rightarrow y = 12 - \frac{34}{5} = \frac{60-34}{5} = \frac{26}{5} &&\Rightarrow T_1\left(\frac{17}{5}, \frac{26}{5}\right) \\ \text{Untuk } x = 5 &\Rightarrow y = 12 - 10 = 2 &&\Rightarrow T_2(5, 2)\end{aligned}$$

Titik-titik tersebut adalah titik singgung lingkaran, gunakan persamaan garis singgung lingkaran melalui titik PADA lingkaran.

PGS 1:

$$\begin{aligned}\left(\frac{17}{5}-1\right)(x-1) + \left(\frac{26}{5}-2\right)(y-2) = 16 &\Rightarrow \frac{12}{5}(x-1) + \frac{16}{5}(y-2) - 16 = 0 \\ &\Rightarrow 12x - 12 + 16y - 32 - 80 = 0 \\ &\Rightarrow 12x + 16y - 124 = 0 \\ &\Rightarrow 3x + 4y - 31 = 0\end{aligned}$$

PGS 2:

$$\begin{aligned}(5-1)(x-1) + (2-2)(y-2) = 16 &\Rightarrow 4(x-1) + 0(y-2) - 16 = 0 \\ &\Rightarrow 4x - 4 - 16 = 0 \\ &\Rightarrow 4x - 20 = 0 \\ &\Rightarrow 4x = 20 \\ &\Rightarrow x = 5\end{aligned}$$

Jadi persamaan garis singgungnya $x = 5$ dan $3x + 4y - 31 = 0$

Diperoleh Dua Persamaan Garis Singgung

Setidaknya itulah diantara cara penyelesaian yang kita temukan dalam beberapa buku pelajaran di sekolah. Pada soal pertama, sudah kita dapatkan dua persamaan garis singgung dari keenam cara yang kita coba. Untuk soal kedua, kita tidak mendapatkan jawaban yang memuaskan, kecuali cara keenam. Bahkan untuk cara ketiga tidak mendapatkan penyelesaian sama sekali.

Mengapa kita hanya mendapatkan 1 persamaan garis singgung saja dengan metode menentukan nilai gradien garis singgung ini? Bahkan cara ke-3 tidak membuahkan hasil sama sekali? Dari contoh kedua di atas, penyebabnya adalah salah satu garis singgungnya merupakan garis yang sejajar dengan sumbu Y . Sehingga kita tidak mendapatkan nilai gradien garisnya. Maka dari itu hendaknya para guru memberikan bermacam-macam cara penyelesaian kepada siswa agar tidak menemui kendala seperti soal di atas. Minimal siswa harus mengenal cara menentukan persamaan garis singgung melalui titik di luar lingkaran ini dengan menentukan persamaan garis polar. Karena hanya cara inilah yang mampu menyelesaikan soal di atas. Satu masalah yang mungkin muncul ketika kita menggunakan cara garis polar adalah absis atau ordinat dari titik singgung yang kita cari adalah bilangan pecahan atau bahkan bilangan irasional, sehingga kita agak kesulitan mencari titik koordinatnya. Jadi, keduanya mempunyai kekurangan dan kelebihan masing-masing, kita pilih mana yang lebih mudah dan dapat menyelesaikan soal.

Dalam sekian buku pelajaran yang kami buka, ada buku yang hanya mencantumkan satu macam cara saja dan ada juga buku yang mencantumkan beberapa cara sebagai pilihan dan perbandingan. Ada buku yang hanya menyajikan pembahasan soal dengan metode menentukan gradien garis singgung, bahkan ada yang hanya mencantumkan cara ketiga saja. Kalau siswa tidak mengetahui metode garis polar ini, kemudian bertemu soal seperti contoh soal kedua di atas, bagaimana ia akan menyelesaikannya?

Cara Alternatif:

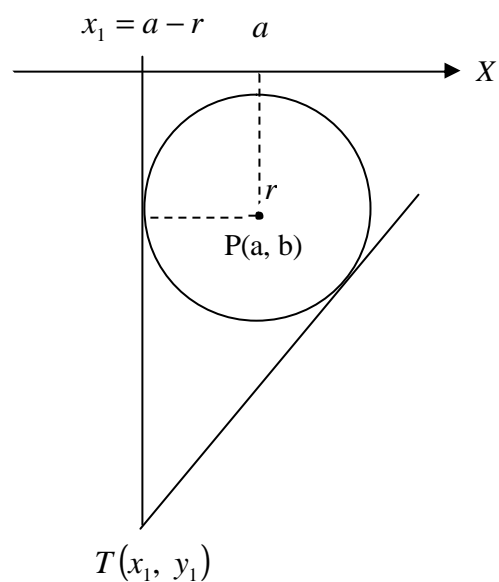
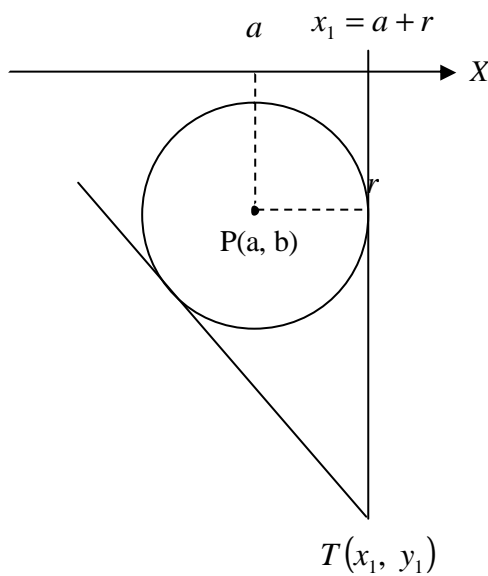
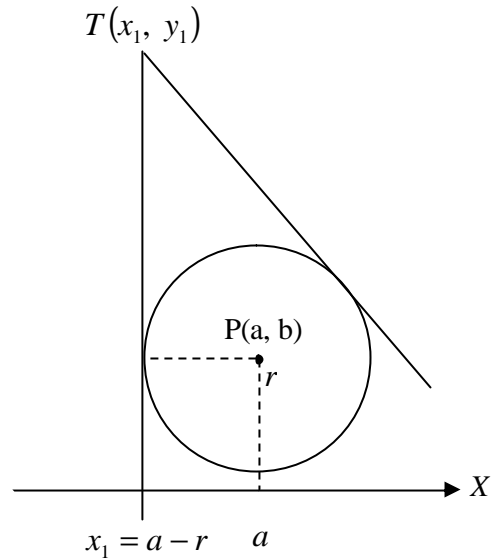
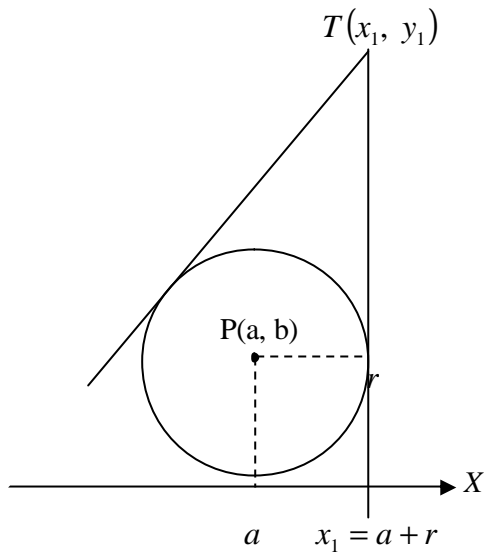
Persamaan garis singgung lingkaran dengan pusat $P(a, b)$ dan jari-jari r yang ditarik dari titik $T(x_1, y_1)$ di luar lingkaran, dimana $x_1 = a + r$ atau $x_1 = a - r$ adalah:

1. Persamaan Pertama: adalah garis yang sejajar dengan sumbu Y ,

$$x = x_1$$

2. Persamaan Kedua:

$$y - y_1 = m(x - x_1); \text{ dengan } m = \frac{(y_1 - b)^2 - (x_1 - a)^2}{2(y_1 - b)(x_1 - a)}$$



Soal:

Tentukan persamaan garis singgung lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ yg melalui titik $T(5, 4)$.

Jawab:

Lingkaran $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ mempunyai pusat $P(1, 2)$ dan jari-jari $r = 4$.

Karena garis singgung melalui titik $T(5, 4)$ di luar lingkaran dan $x_1 = a + r$, maka

Persamaan garis singgung pertama:

$$x = 5$$

Persamaan garis singgung kedua:

$$m = \frac{(4-2)^2 - (5-1)^2}{2(4-2)(5-1)} = \frac{-12}{16} = -\frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga } y - y_1 &= m(x - x_1) \Rightarrow & y - 4 &= -\frac{3}{4}(x - 5) \\ & \Rightarrow & 4y - 16 &= -3x + 15 \\ & \Rightarrow & 3x + 4y - 31 &= 0 \end{aligned}$$

Catatan: Ingat !!! Kedua persamaan tersebut HANYA berlaku untuk model soal yang sedang dibahas, yaitu jika $x_1 = a + r$ atau $x_1 = a - r$.

Soal Latihan

Tentukan persamaan garis singgung lingkaran berikut melalui titik yang ditentukan

1. $x^2 + y^2 = 8$ melalui titik A(-2, 6)
2. $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 25$ dari titik P(6, 0)
3. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$ dari titik T(0, 0)
4. $x^2 + y^2 = 16$ melalui titik M(4, 8) atau titik N(-4, -3)
5. $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 25$ dari titik S(2, 0) atau titik R(-8, 1)
6. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ dari T(3, 7) atau titik K(1, -4)

Bahan Bacaan

- Aksin, Nur, dkk. 2009. *PG Matematika untuk SMA/MA kelas XI semester 1*. Klaten. Intan Pariwara.
- Danuri, M. 2008. *Pembelajaran Lingkaran SMA dengan Geometri Analitik*. Yogyakarta. P4TK Matematika.
- Djumanta, Wahyudin dan R Sudrajat. 2008. *Mahir Mengembangkan Kemampuan Matematika 2 : untuk Kelas XI Sekolah Menengah Atas /Madrasah Aliyah*. Jakarta. Depdiknas (BSE).
- Hamiyah, Nur. 2009. *Panduan Lengkap, Pintar Matematika*. Jakarta. Cerdas Pustaka Publisher.
- Kangenan, Marthen. 2005. *Cerdas Belajar Matematika XI SMA/MA Program IPA*. Jakarta. Grafindo Media Pratama.
- Kartini, dkk. 2005. *Matematika IPA kelas XI*. Klaten. Intan Pariwara.
- Kishan, Hari. 2006. *Coordinate Geometry of Two Dimensions*. New Delhi. Atlantic Publisher and Distributors. (PDF File)
- Nasution, Andi Hakim, dkk. 1994. *Matematika 2, untuk Sekolah Menengah Umum kelas 2*. Jakarta. Balai Pustaka.
- Negoro, ST dan B Harahab. 1999. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta. Ghalia Indonesia.
- Noormandiri, BK. 2004. *Matematika SMA/MA kelas XI Program IPA*. Bandung. Erlangga.
- Mathematics Forum. 2009. *Mathematics for Senior High School Year XI*. Bogor. Yudhistira.
- Puspita, Ita. 2011. *Metode Menghitung Cepat (MMC), Teknik cepat dan unik dalam mengerjakan soal matematika untuk tingkat SMA*. Bandung. PT Nir Jaya.
- Soedyarto, Nugroho dan Maryanto. 2008. *Matematika 2 untuk SMA atau MA Kelas XI Program IPA*. Jakarta. Depdiknas (BSE).
- Sulistiyono, dkk. 2005. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI*. Jakarta. Gelora Aksara Pratama.
- Sulistiyono. 2007. *Seri Pendalaman Materi MATEMATIKA SMA dab MA*. Bandung . Esis.
- Sumadi, dkk. 1996. *Matematika SMU 3A untuk kelas 3*. Solo. Tiga Serangkai.
- Sutrima dan Budi U. 2009. *Wahana Matematika 2 : untuk SMA / MA Kelas XI Program Ilmu Pengetahuan Alam*. Jakarta. Depdiknas (BSE).
- Wibowo, Slamet. *Persamaan Garis Singgung Lingkaran*. SMA 74 Jakarta. (artikel)
- No Name. *Golden Co-ordinate Geometry*. Laxmi Publications (P) Ltd. (PDF File)